

Variations fonction second degré, dérivation

S.Mirbel

Exemple - Plan de l'étude

Plan d'étude d'une fonction :

- calcul de $f'(x)$
- étude du signe de $f'(x)$
- déduction des variations de f
- vérification par lecture graphique

Présentation d'un exemple :

Soit la fonction f définie sur $[0 ; 4]$ par $f(x) = -3x^2 + 12x + 1$.

Calcul de l'expression de la fonction dérivée

Soit la fonction f définie sur $[0 ; 4]$ par $f(x) = -3x^2 + 12x + 1$.

$$f'(x) = -3 \times 2x + 12 = -6x + 12$$

Détermination du signe de $f'(x)$

sur $[0 ; 4]$ par $f(x) = -3x^2 + 12x + 1$ et $f'(x) = -6x + 12$

Sur l'intervalle $[0 ; 4]$:

- $f'(x) = 0$

$$\iff -6x + 12 = 0 \iff -6x = -12 \iff x = \frac{-12}{-6} \iff x = 2$$

- $f'(x) > 0$

$$\iff -6x + 12 > 0 \iff -6x > -12 \iff x < \frac{-12}{-6} \iff x < 2$$

- $f'(x) < 0$

$$\iff -6x + 12 < 0 \iff -6x < -12 \iff x > \frac{-12}{-6} \iff x > 2$$

Détermination du signe de $f'(x)$

- $f'(x) = 0 \iff x = 2$
- $f'(x) < 0 (-) \iff x > 2$
- $f'(x) > 0 (+) \iff x < 2$

x	0	2	4
$f'(x) = -6x + 12$		0	

The table above is a sign chart for the derivative function $f'(x) = -6x + 12$. The first row shows the critical points $x = 0$, $x = 2$, and $x = 4$. The second row shows the sign of the derivative in the intervals: positive (+) for $x < 2$ and negative (-) for $x > 2$. A vertical dotted line is drawn at $x = 2$, where the derivative is zero.

Détermination des variations de la fonction f

x	0	2	4
$f'(x) = -6x + 12$	+	0	-
f	$f(0) = 1$	$f(2) = 13$	$f(4) = 1$

Calculs des images du tableau :

$$f(x) = -3x^2 + 12x + 1$$

$$f(0) = -3 \times 0^2 + 12 \times 0 + 1 = 1$$

$$f(4) = -3 \times 4^2 + 12 \times 4 + 1 = 1.$$

Vérifications graphiques - résumé

x	0	2	4	
$f'(x) = -6x + 12$		+	0	-
f	$f(0) = 1$	$f(2) = 13$	$f(4) = 1$	

