Variations fonction second degré, dérivation

S.Mirbel

Plan d'étude d'une fonction :

- calcul de $f'(x)$
- étude du signe de $f'(x)$
- déduction des variations de f
- vérification par lecture graphique

Présentation d'un exemple :
Soit la fonction f définie sur $[0\ ;\ 4]$ par $f(x) = -3x^2 + 12x + 1$.

Calcul de l'expression de la fonction dérivée

Soit la fonction f définie sur $[0\ ;\ 4]$ par $f(x) = -3x^2 + 12x + 1$.

$$f'(x) = -3 \times 2x + 12 = -6x + 12$$

Détermination du signe de $f'(x)$

sur $[0\ ;\ 4]$ par $f(x) = -3x^2 + 12x + 1$ et $f'(x) = -6x + 12$

Sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$:

- $f'(x) = 0$
  $\iff -6x+12 = 0 \iff -6x = -12 \iff x = \dfrac{-12}{-6} \iff x = 2$
- $f'(x) > 0$
  $\iff -6x+12 > 0 \iff -6x > -12 \iff x < \dfrac{-12}{-6} \iff x < 2$
- $f'(x) < 0$
  $\iff -6x+12 < 0 \iff -6x < -12 \iff x > \dfrac{-12}{-6} \iff x > 2$

Détermination du signe de $f'(x)$

- $f'(x) = 0 \iff x = 2$
- $f'(x) < 0 \ (-) \iff x > 2$
- $f'(x) > 0 \ (+) \iff x < 2$

x	0		2		4
$f'(x) = -6x + 12$		$+$	0	$-$	

Détermination des variations de la fonction f

x	0		2		4
$f'(x) = -6x + 12$		$+$	0	$-$	
f			$f(2) = 13$		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	$f(0) = 1$				$f(4) = 1$

Calculs des images du tableau :

$f(x) = -3x^2 + 12 + 1$

$f(0) = -3 \times 0^2 + 12 \times 0 + 1 = 1$

$f(4) = -3 \times 4^2 + 12 \times 4 + 1 = 1.$

Vérifications graphiques - résumé

x	0		2		4
$f'(x) = -6x + 12$		$+$	0	$-$	
f	$f(0) = 1$	$\nearrow$	$f(2) = 13$	$\searrow$	$f(4) = 1$