Variations fonction degré trois, dérivation

S.Mirbel

Exemple - Plan de l'étude

Plan d'étude d'une fonction :

- calcul de $f'(x)$
- étude du signe de $f'(x)$
- déduction des variations de f
- vérification par lecture graphique

Présentation d'un exemple :
Soit la fonction f définie sur $[0\ ;\ 10]$ par
$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 12x + 100$.

calcul de l'expression de la fonction dérivée

Soit la fonction f définie sur $[0\ ;\ 10]$ par
$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 12x + 100$.

$$f'(x) = 2 \times 3x^2 - 3 \times 2x + 12 = 6x^2 - 6x + 12$$

détermination du signe de $f'(x)$

sur $[0\ ;\ 10]$ par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 12x + 100$.
et $f'(x) = 6x^2 - 6x + 12 = 6(x^2 - x + 2)$

Sur l'intervalle $[0\ ;\ 10]$:

- 6 étant positif $f'(x)$ est du signe de $x^2 - x + 2$, cette expression est celle d'une fonction polynôme du second degré, le signe du discriminant permet de trouver son signe :
- signe de $1x^2 - x + 2$:$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 2 = -7$.
  $\Delta < 0$ l'équation $x^2 - x + 2 = 0$ n'admet pas de solution, et le signe de $1x^2 - x + 2$ est constant, il est du signe de 1 soit strictement positif.

Sur $[0\ ;\ 10]$, $f'(x) > 0$.

x	0 10
$f'(x)$	$+$

détermination des variations de la fonction f

x	0		10
$f'(x)$		$+$	
f		$\nearrow$	$f(10) = 1920$
	$f(0) = 100$		

Calculs des images du tableau :
$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 12x + 100$
$f(0) = 2 \times 0^3 - 3 \times 0^2 + 12 \times 0 + 100 = 100$
$f(4) = 2 \times 10^3 - 3 \times 4^2 + 12 \times 4 + 100 = 1920.$

Vérifications graphiques - résumé

x	0	10
$f'(x)$	$+$	
f	$f(0) = 100$ $\nearrow$	$f(10) = 1920$