

Suites géométriques

S.Mirbel

Exemples :

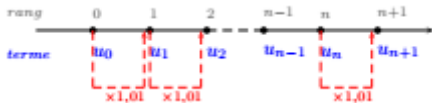
- Une population A augmente chaque année de 1%, cette année, au 1^{er} janvier on comptait 13 000 habitants.
Modélisation : On note u_n le nombre d'habitants au bout de n années (au 1^{er} janvier) , ainsi cette année on a $u_0 = 13000$.
- Une population B diminue chaque année de 1%, cette année, au 1^{er} janvier on comptait 20 000 habitants.
Modélisation : On note v_n le nombre d'habitants au bout de n années (au 1^{er} janvier) , ainsi cette année on a $v_0 = 20000$.

- Calculer u_1, u_2 .
- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire :
 - La nature de la suite u .
 - Le sens de variation de la suite u .
- Exprimer u_n en fonction de n .
- Calculer u_{30} .
- Au bout de combien d'année la population passera le seuil de 15 000 habitants ?

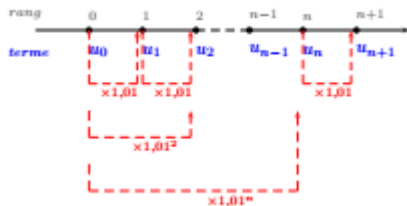
Exercice : Reprendre les questions avec la suite v .

relation de récurrence

- $u_1 = 13000 + 1\% \times 13000 = 13000 \times (100\% + 1\%) = 13000 \times 101\% = 13000 \times 1,01 = 13130$;
 $u_2 = 13130 \times 1,01 \simeq 13261$.
- $u_{n+1} = u_n \times 1,01$.
 - La relation de récurrence est celle d'une suite **géométrique** de raison 1,01.
 - La raison de la suite géométrique est supérieur à 1 (à 100%) donc le suite est **croissante**.



- $u_n = 13000 \times 1,01^n$.



- $u_{30} = 13000 \times 1,01^{30} \simeq 17522$.

- Au bout de combien d'année la population passera le seuil de 15 000 habitants ?

u est une suite croissante, on cherche n tel que $u_n > 15000$.

- *Algébriquement* :

$$u_n > 15000 \iff 13000 \times 1,01^n > 15000$$

$\iff 1,01^n > \frac{15}{13} \dots$ on ne sait pas résoudre si on ne connaît par le logarithme.

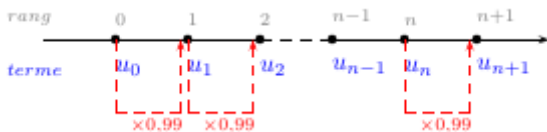
- *Avec la calculatrice (menu table)* :

$u_{14} < 15000$; $u_{15} > 15000$; la suite u est croissante, ainsi à partir de la quinzième année, la population de la ville A dépassera 15000 habitants.

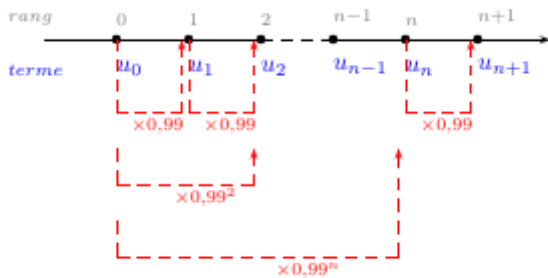
- Calculer v_1, v_2 .
- Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n . En déduire :
 - La nature de la suite v .
 - Le sens de variation de la suite v .
- Exprimer v_n en fonction de n .
- Calculer v_{30} .
- Au bout de combien d'année la population passera le seuil de 15 000 habitants ?

relation de récurrence

- $v_1 = 20000 - 20000 \times 1\% = 20000 \times (100\% - 1\%) = 20000 \times 99\% = 20000 \times 0,99 = 19800$;
 $v_2 = 19800 \times 0,99 = 19602$.
- $v_{n+1} = v_n \times 0,99$.
 - La relation de récurrence est celle d'une suite **géométrique** de raison 0,99.
 - La raison de la suite géométrique est inférieure à 1 (à 100%) donc la suite est **décroissante**.



- $v_n = 20000 \times 0,99^n$.



- $v_{30} = 20000 \times 0,99^{30} \simeq 14794$.

- Au bout de combien d'année la population passera le seuil de 15 000 habitants ?
 v est une suite décroissante, on cherche n tel que $v_n < 15000$.
 - *Algébriquement* :
$$v_n < 15000 \iff 20000 \times 0,99^n < 15000$$
$$\iff 0,99^n < \frac{15}{20} \dots$$
 On ne sait pas résoudre si on ne connaît pas le logarithme.
 - *Avec la calculatrice (menu table)* :
 $v_{28} > 15000$; $v_{29} < 15000$; la suite v est décroissante, ainsi à partir de la 29^{ème} année, la population de la ville B passera sous le seuil de 15 000 habitants.