Expression dérivée de quotients

S.Mirbel

January 5, 2018

Les formules du cours :

- $f(x) = x^3$ on a $f'(x) = 3x^2$
- $f(x) = x^2$ on a $f'(x) = 2x$
- $f(x) = mx + p$ on a $f'(x) = m$
- $f(x) = \dfrac{1}{x}$ on a $f'(x) = \dfrac{-1}{x^2}$
- si u est une fonction dérivable sur I et k un nombre réel alors $(ku)' = ku'$.
- si u et v sont deux fonctions dérivables sur I alors $(u+v)' = u' + v'$.
- si u et v sont deux fonctions dérivables sur I alors $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$.

exemples : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

- $f(x) = \dfrac{3x-5}{2x+1}$:

  $f(x) = \dfrac{3x-5}{2x+1}$;

  $u(x) = 3x - 5$; $u'(x) = 3$; $v(x) = 2x + 1$; $v'(x) = 2$;

  $$f'(x) = \frac{3(2x+1) - 2(3x-5)}{(2x+1)^2}$$

  $$f'(x) = \frac{6x + 3 - 6x + 10}{(2x+1)^2} = \frac{13}{(2x+1)^2}.$$

Exemple : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

- $f(x) = \frac{x^2 - x + 3}{x}$; $f(x) = x - 1 + \frac{3}{x}$:
  - $f(x) = \frac{x^2 - x + 3}{x}$:

    $f(x) = \frac{x^2 - x + 3}{x}$;

    $u(x) = x^2 - x + 3$; $u'(x) = 2x - 1$; $v(x) = x$; $v'(x) = 1$;

    $f'(x) = \frac{x(2x - 1) - 1(x^2 - x + 3)}{x^2}$

    $f'(x) = \frac{2x^2 - x - x^2 + x - 3}{x^2} = \frac{x^2 - 3}{x^2}$.

Exemple : $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = \dfrac{-1}{x^2}$

- $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 3}{x}$; $f(x) = x - 1 + \dfrac{3}{x}$:
  - $f(x) = f(x) = x - 1 + \dfrac{3}{x}$:

    $f(x) = x - 1 + \dfrac{3}{x}$;

    $u(x) = x - 1$; $u'(x) = 1$; $v(x) = \dfrac{3}{x} = 3 \times \dfrac{1}{x}$;

    $v'(x) = 3 \times \dfrac{-1}{x^2} = \dfrac{-3}{x^2}$;

    $f'(x) = 1 + \dfrac{-3}{x^2} = 1 - \dfrac{3}{x^2} = \dfrac{x^2 - 3}{x^2}$.