# Variations fonction quotient, dérivation

S.Mirbel

Plan d'étude d'une fonction :

- calcul de $f'(x)$
- étude du signe de $f'(x)$
- déduction des variations de $f$
- vérification par lecture graphique

**Présentation d'un exemple :**

Soit la fonction $f$ définie sur $[0\ ;\ 5]$ par $f(x) = \dfrac{x+1}{2x+5}$.

# calcul de l'expression de la fonction dérivée

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

Soit la fonction $f$ définie sur $[0\ ;\ 5]$ par $f(x) = \dfrac{x+1}{2x+5}$;

$u(x) = x + 1$ ; $u'(x) = 1$ ; $v(x) = 2x + 5$ ; $v'(x) = 2$

$$f'(x) = \frac{1(2x+5) - 2(x+1)}{(2x+5)^2} = \frac{2x + 5 - 2x - 2}{(2x+5)^2} = \frac{3}{(2x+5)^2}$$

# détermination du signe de $f'(x)$

sur $[0\ ;\ 10]$ par $f(x) = \dfrac{x+1}{2x+5}$.

et $f'(x) = \dfrac{3}{(2x+5)^2}$

Sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$ :

- 3 est strictement positif
- $(2x+5)^2$ est positif
- donc le quotient $\dfrac{3}{(2x+5)^2}$ est strictement positif

Sur $[0\ ;\ 5]$ $f'(x) > 0$ :

| $x$ | $0$ $\qquad\qquad$ $5$ |
|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ |

# détermination des variations de la fonction $f$

| $x$ | $0$ | | $5$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | |
| $f$ | $f(0) = 0.2$ | $\nearrow$ | $f(5) = 0.4$ |

Calculs des images du tableau :

$$f(x) = \frac{x+1}{2x+5}$$

$$f(0) = \frac{0+1}{2\times 0+5} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$f(5) = \frac{5+1}{2\times 5+5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0,4$$

# Vérifications graphiques - résumé

| $x$ | $0$ | | $5$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | |
| $f$ | $f(0) = 0.2$ | $\nearrow$ | $f(5) = 0.4$ |