

# Variations fonction quotient, dérivation

S.Mirbel

# Exemple - Plan de l'étude

Plan d'étude d'une fonction :

- calcul de  $f'(x)$
- étude du signe de  $f'(x)$
- déduction des variations de  $f$
- vérification par lecture graphique

**Présentation d'un exemple :**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[1 ; 5]$  par

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x} = x + 1 + \frac{4}{x}.$$

# Calcul de l'expression de la fonction dérivée

Soit la fonction  $f$  définie sur  $[1 ; 5]$  par  $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x}$ ,

$$f(x) = x + 1 + 4 \times \frac{1}{x};$$

$$u(x) = x + 1 ; u'(x) = 1 ; v(x) = \frac{1}{x} ; v'(x) = \frac{-1}{x^2}$$

$$f'(x) = 1 + 4 \times \frac{-1}{x^2} = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x^2}$$

# Détermination du signe de $f'(x)$

sur  $[1 ; 5]$  par  $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x}$ .

$$\text{et } f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x^2}$$

Sur l'intervalle  $[1 ; 5]$  :

- $x - 2 > 0 \iff x > 2$ ,
- $x + 2 > 0 \iff x > -2$  ainsi  $x + 2 > 0$  pour tout  $x$  de  $[1 ; 5]$ .
- $x^2 > 0$ .
- $f'(x)$  est du signe de  $x - 2$ .

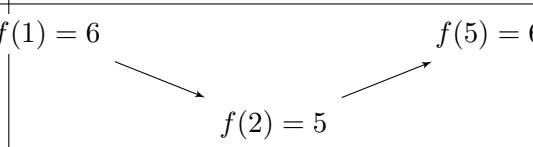
# Détermination du signe de $f'(x)$

$$\text{Sur } [1 ; 5] ; f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x^2}$$

$x$	1	2	5
$x + 2$	+	4	+
$x - 2$	-	0	+
$x^2$	+	4	+
$f'(x)$	-	0	+

# Détermination des variations de la fonction $f$

$x$	1	2	5
$f'(x)$	-	0	+
$f$	$f(1) = 6$	$f(2) = 5$	$f(5) = 6,8$



Calculs des images du tableau :

$$f(x) = x + 1 + \frac{4}{x}$$

$$f(1) = 1 + 1 + \frac{4}{1} = 6$$

$$f(2) = 2 + 1 + \frac{4}{2} = 5 ; f(5) = 5 + 1 + \frac{4}{5} = 6,8$$

# Vérifications graphiques - résumé

$x$	1	2	5	
$f'(x)$		-	0	+
$f$	$f(1) = 6$	$f(2) = 5$	$f(5) = 6.8$	

