Problèmes pour tous

(deuxième partie de l'atelier)

Mirbel Stéphane, enseignant au lycée Suzanne Valadon (Limoges).

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

- A Introduction
- B Géométrie du rectangle d'Or
- C Géométrie du pentagone
- D Algèbre et Algorithme
- E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

- A Boîte de conserve
- B Surface dans un volume
- C Promotion ou solde
- D Jeu de grattage
- E Nombre triangulaire
- F Antécédents d'entiers par une fonction
- G Autres exercices…

Problèmes pour tous

Problématique :

Des problèmes en fin d'apprentissage d'un groupe de notions pour différencier et pour la réussite de tous les élèves.

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum (première partie de l'atelier N.Neumar)

III Problèmes divers

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Le nombre d'Or pour tous les élèves :

La classe de seconde est une classe d'orientation, à travers ce thème on souhaite sensibiliser les élèves dans leur construction d'orientation.

Thèmes abordés en mathématiques :

Analyse, algèbre, géométrie du plan et de l'espace, algorithmique, raisonnement déductif.

Thèmes transversaux abordés :

Art, biologie, organisation de données, eps, jeux…

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Le nombre d'Or pour tous les élèves :

Organisation du travail :

L'élève choisi un problème suivant la liste proposée.

Le thème est traité sur l'année. Des séances de modules et d'aides individualisées y sont consacrées. L'élève rend son travail quand il estime avoir fait le tour de la question.

Présentation du travail :

Exposé oral ou dossier ou exposition.

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Le nombre d'Or pour tous les élèves :

Evaluation du travail :

Notation qui tient compte de :

- La réussite de l'objectif du problème.
- La prise d'initiative, l'autonomie de l'élève.
- La forme et la qualité de l'exposé ou du dossier.
- Compétences B2I lycée et utilisation de TICE.

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Géométrie du rectangle d'Or :

1) Construire un segment dont la longueur exacte est le nombre d'Or $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, expliquer cette construction. (il est interdit d'utiliser une valeur approchée de ce nombre).
2) Construire un rectangle ABCD de côté 1 et φ. (On reportera la longueur φ à l'aide d'un compas et de la valeur trouvée en 1)).
3) Construire le carré ABEF tel que E appartient au côté [BC] et F appartient au côté [AD]. Montrer que la proportion $\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$ dans le rectangle ECDF est le nombre φ.
4) Combien de nombre $x=\frac{L}{l}$ vérifie la relation $\frac{l}{L-l}=\frac{L}{l}$.
5) Après avoir cherché la définition d'une spirale d'Or dans un rectangle, construire une spirale d'Or à l'aide du rectangle d'Or précédent.
6) Prolongement possible :
   a) Recherche sur Le Corbusier et son architecture (Art).
   b) Cathédrales d'Auvergne.
   c) Rechercher dans la nature des spirales et voir s'il existe un lien avec les nombres de Fibonacci.

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

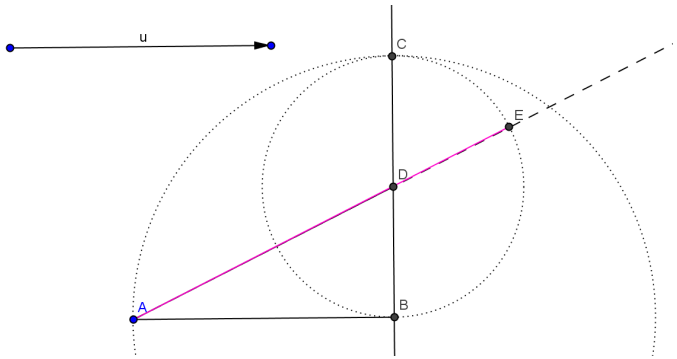
F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

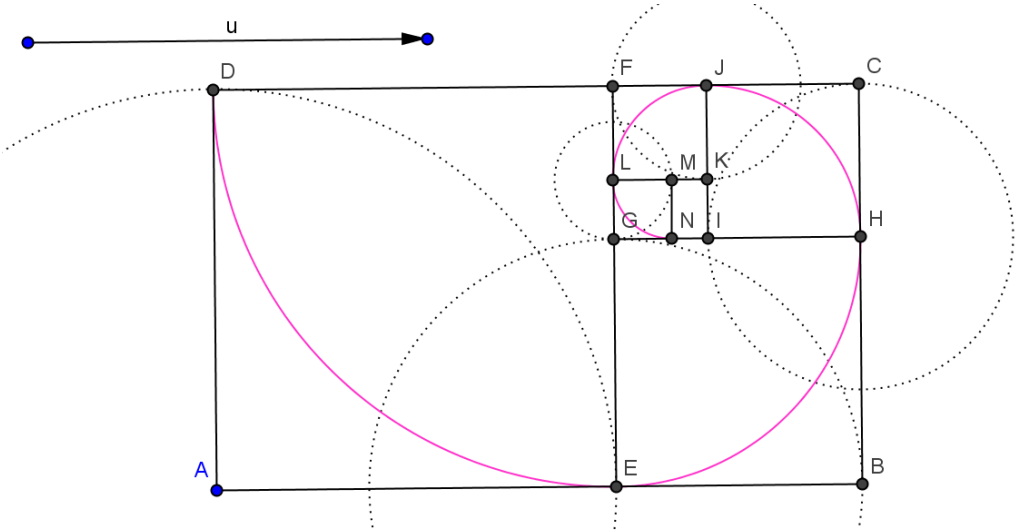
B

Géométrie du rectangle d'Or :

Construction du nombre d'Or



Construction de rectangles d'Or et de spirales d'Or.



I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Géométrie du rectangle d'Or :

Propriété des rectangles d'Or

$$\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}} = \frac{L}{l} = \varphi$$

$$\frac{l}{L - l} = \frac{L}{l}$$

$$\frac{1}{\varphi - 1} = \varphi \Leftrightarrow 1 = \varphi^2 - \varphi$$

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

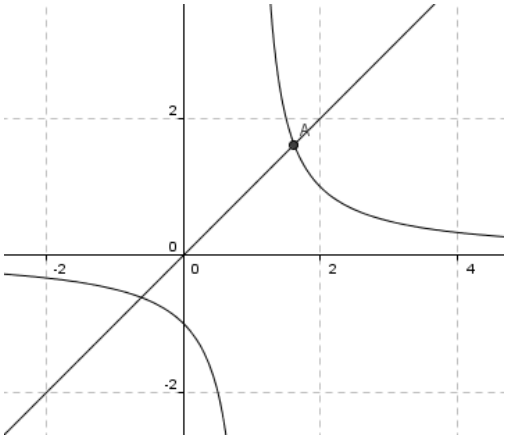
G Autres exercices…

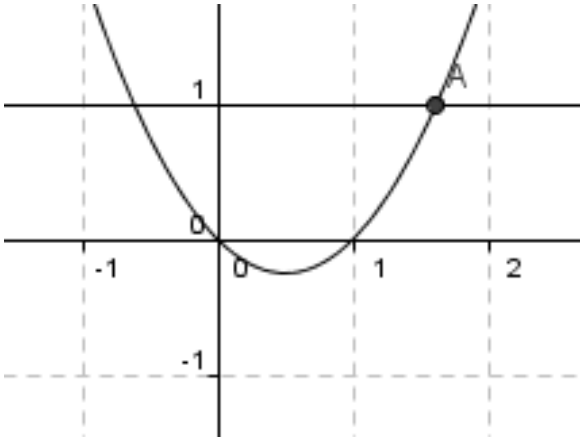
B

Géométrie du rectangle d'Or :

Un peu d'analyse…

$$\frac{1}{\varphi - 1} = \varphi \Leftrightarrow 1 = \varphi^2 - \varphi$$





I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Géométrie du rectangle d'Or :

Applications et prolongements possibles :

Recherche dans l'Art :

- Le Corbusier
- Seurat
- Les cathédrales d'Auvergne

Recherche dans la nature :

- Les phalanges de la main, les proportions du corps,
- Les ananas,
- Les tournesols

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

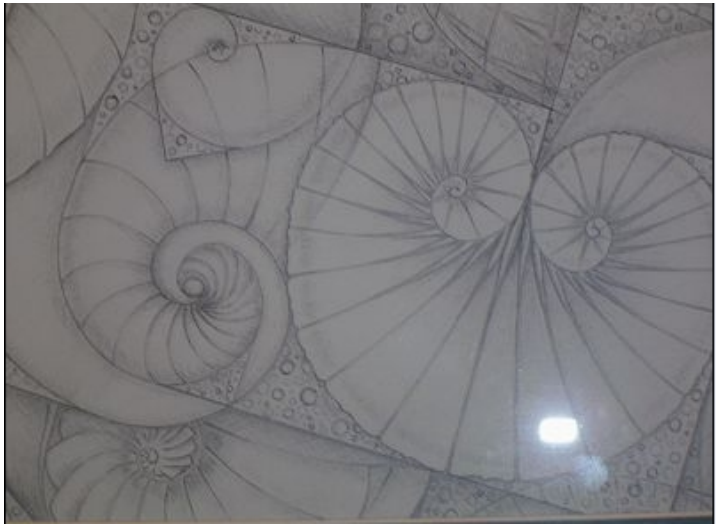
F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Géométrie du rectangle d'Or :

Quelques travaux d'élèves inspirés par l'art :



I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

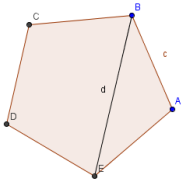
F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

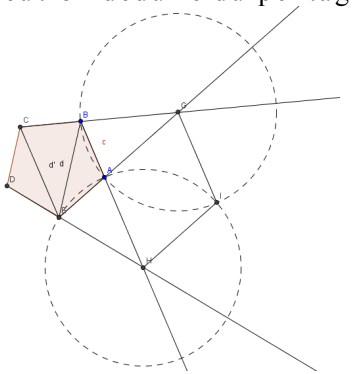
B

Géométrie du pentagone régulier :

ABCDE est un pentagone régulier. On note c la longueur de son côté, et d la longueur de la diagonale.



1) A partir du premier pentagone régulier, on construit le pentagone BEHIG tel que [BA) coupe [DE) en H, [EA) coupe [CB) en G et GI=HI.
Montrer que BG=d. Que peut-on déduire du pentagone BEHIG ?



2) A partir de la figure précédente, construire un pentagone de côté d+c.
3) Montrer que l'on a :
$\frac{d+c}{d}=\frac{d}{c}$. En déduire que $\frac{d}{c}=\varphi$ vérifie les équations : $1+\frac{1}{\varphi}=\varphi$; $1+\varphi=\varphi^2$.
4) Trouver à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de $\frac{d}{c}=\varphi$.
5) Construire géométriquement le nombre d'Or $\varphi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, expliquer cette construction.
6) En déduire une construction d'un pentagone de côté 1.
7) Deux prolongements possibles :
   a) Construire en carton, un dodécaèdre de coté 1 dm. Sur logiciel de géométrie 3D, construire à partir du dodécaèdre un icosaèdre, puis un ballon de sport. (application « EPS »)
   b) Construire une spirale d'Or.

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

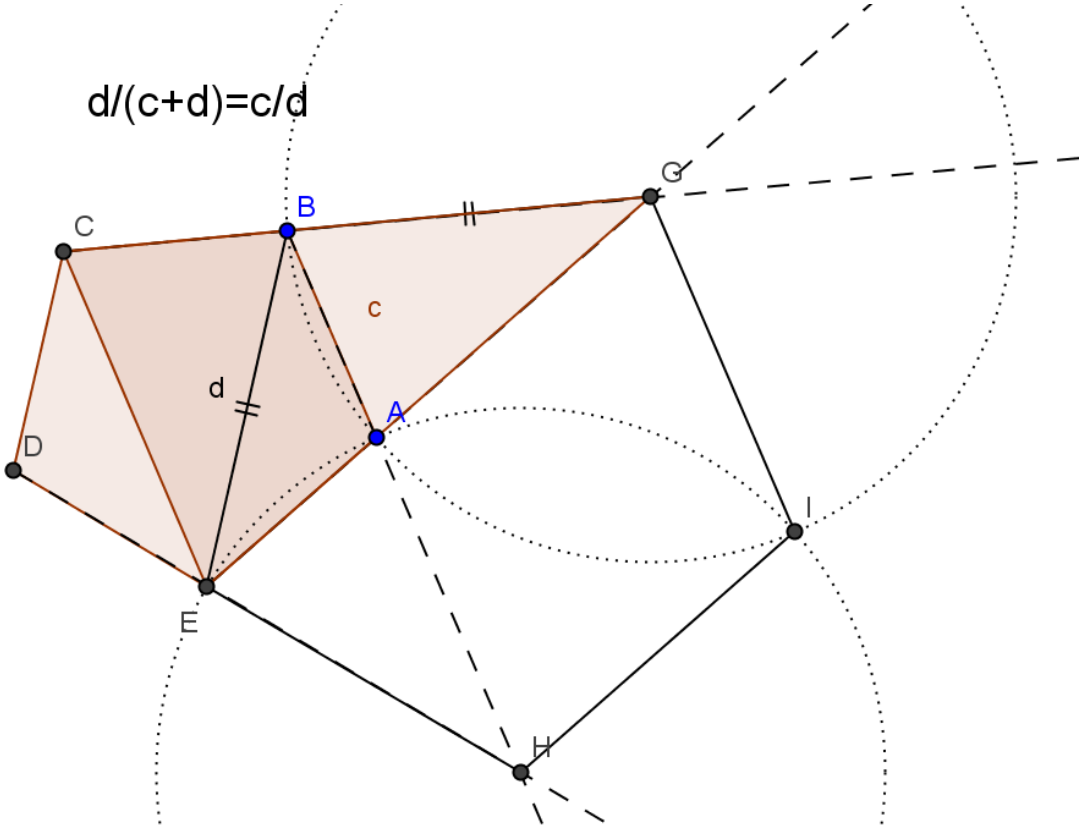
F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Géométrie du pentagone régulier :

Propriétés du pentagone régulier



I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Géométrie du pentagone régulier :

Propriétés du pentagone régulier

$$\frac{d+c}{d} = \frac{d}{c}$$

$$\frac{d}{c} = \varphi$$

$$1 + \frac{1}{\varphi} = \varphi \Leftrightarrow 1 + \varphi = \varphi^2$$

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

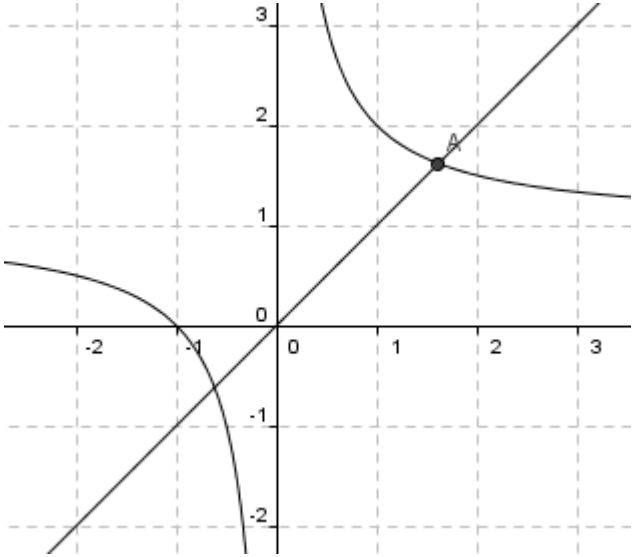
G Autres exercices…

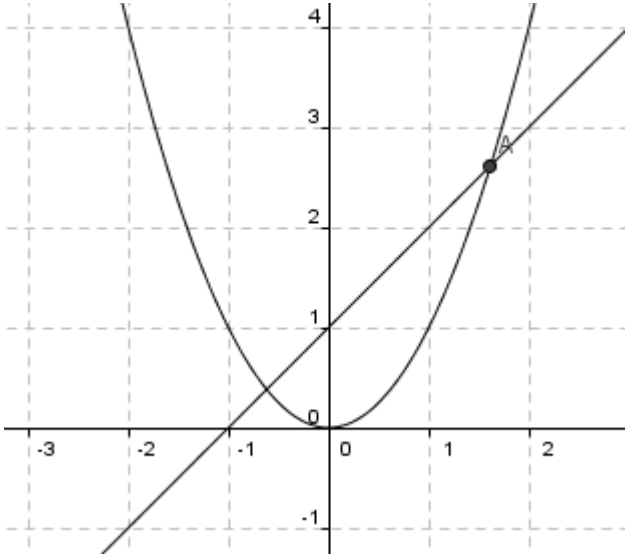
B

Géométrie du pentagone régulier :

Un peu d'analyse…

$$1 + \frac{1}{\varphi} = \varphi \Leftrightarrow 1 + \varphi = \varphi^2$$





I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

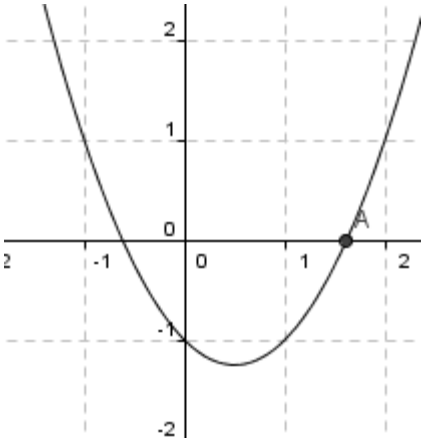
G Autres exercices…

B

Géométrie du pentagone régulier :

Pour se mettre d'accord en analyse…

$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$



Ainsi il n'existe que deux solutions aux équations : le nombre d'Or et son conjugué.

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

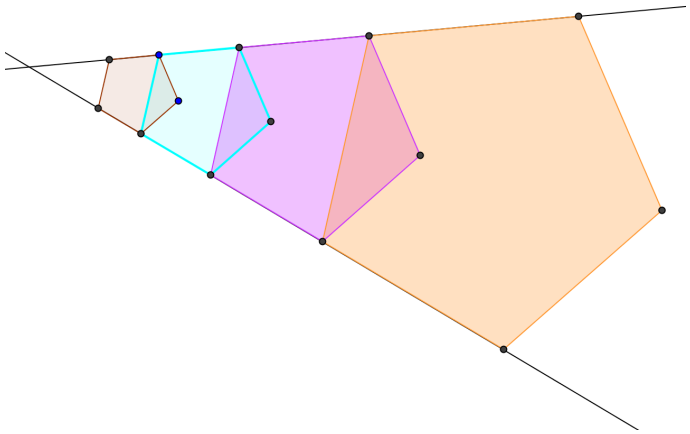
F Antécédents d'entiers par une fonction

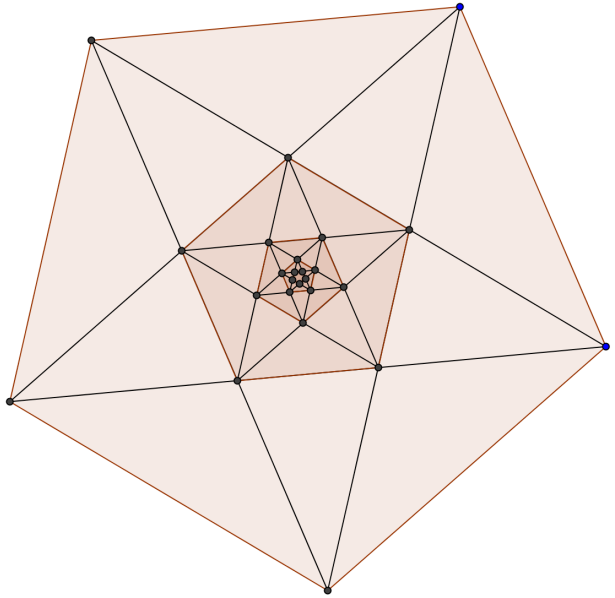
G Autres exercices…

B

Géométrie du pentagone régulier :

Infiniment grand, infiniment petit…





I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

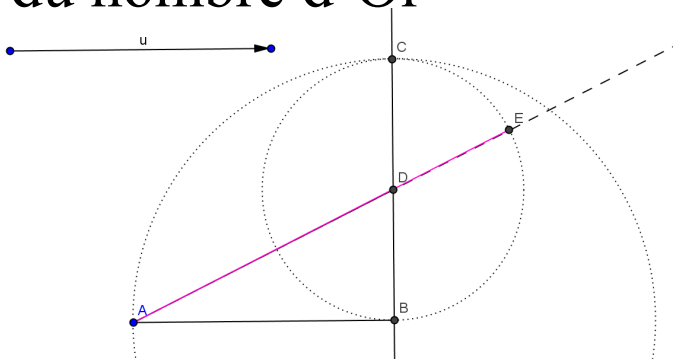
F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

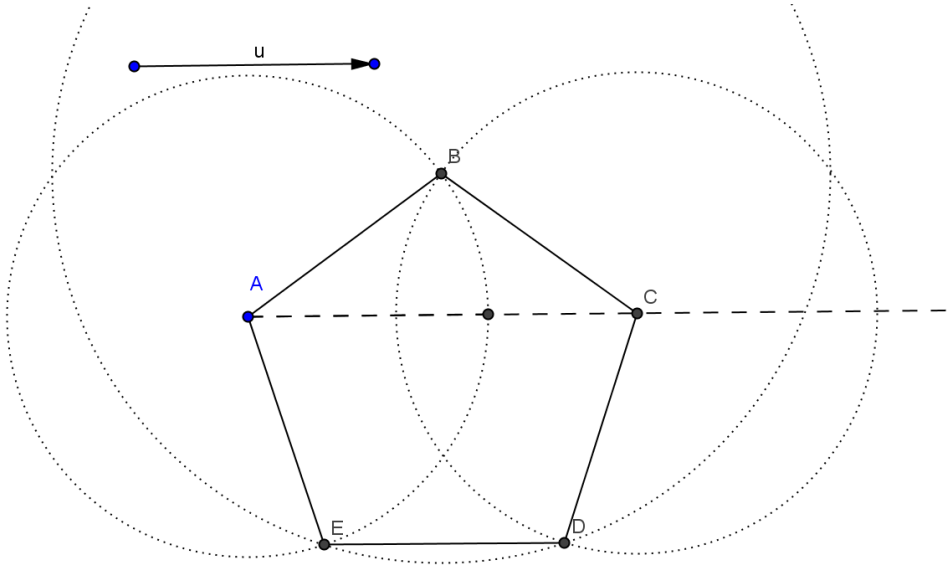
B

Géométrie du pentagone régulier :

Construction du nombre d'Or



Construction du pentagone régulier de côté 1



I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

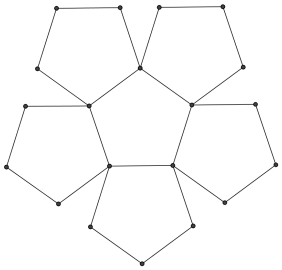
F Antécédents d'entiers par une fonction

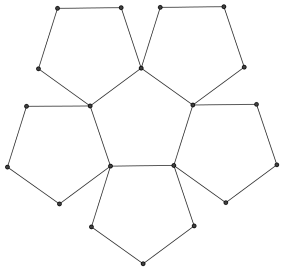
G Autres exercices…

B

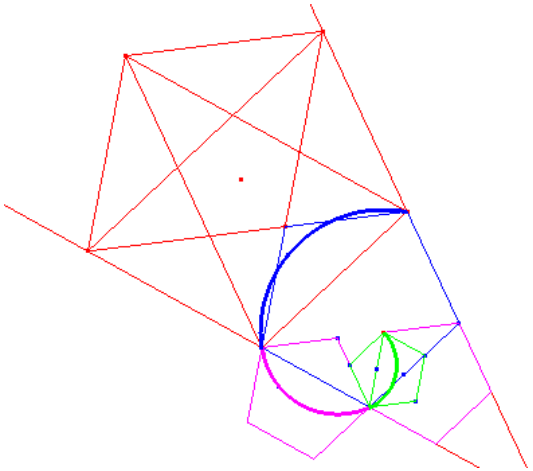
Géométrie du pentagone régulier :

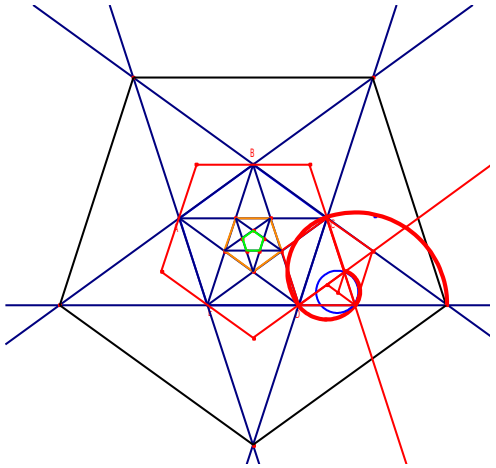
Application à la construction du dodécaèdre





Application à la construction d'une spirale





I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Géométrie du pentagone régulier :

Quelques travaux d'élèves inspirés par l'art :

Et Dalì…

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

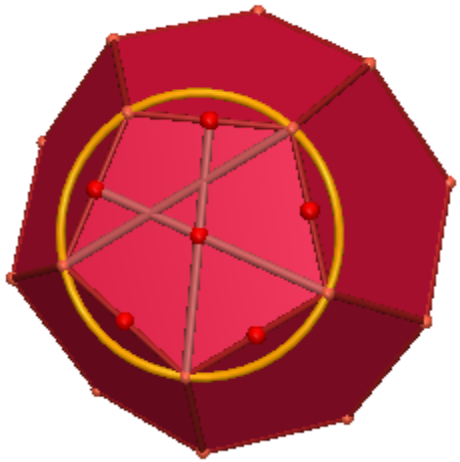
F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

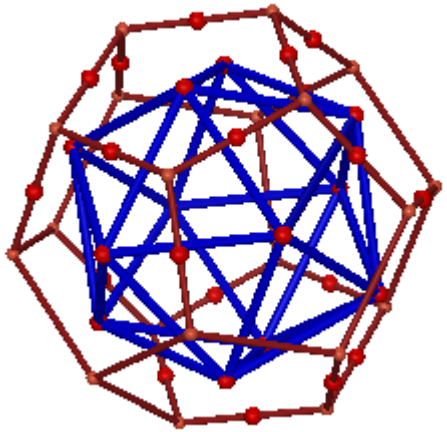
B

Géométrie du pentagone régulier :

Application à la construction de l'icosaèdre avec un logiciel de géométrie 3D… vers le ballon de sport



Déterminer le centre de chaque face (par le centre d'un cercle circonscrit, ou par les axes de symétrie du pentagone



I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

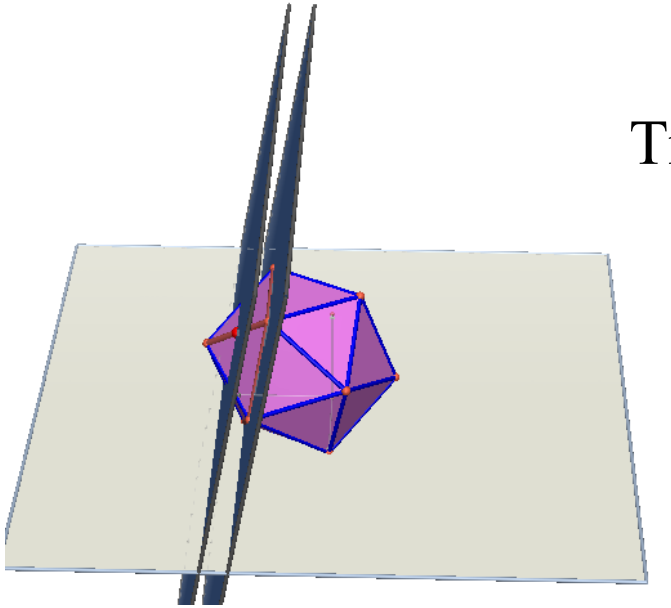
F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

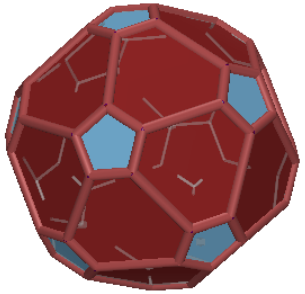
Géométrie du pentagone régulier :

Application à la construction de l'icosaèdre avec un logiciel de géométrie 3D… vers le ballon de sport



Trouver une bonne coupe…

Améliorer pour avoir des hexagone régulier…



I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Algèbre et algorithme :

1) Donner une valeur approchée à 0,01 près de la solution positive de l'équation $x^2 = x + 1$ (1).
2) Montrer que l'équation (1) est équivalente à l'équation (2) : $x = 1 + \frac{1}{x}$.

3) On note $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, ce nombre est le nombre d'Or.

a. Montrer que $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est la solution positive de l'équation (1).

b. Vérifier l'égalité suivante : $\sqrt{1+\sqrt{1}} = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}}$.

c. Ainsi le nombre $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ vérifie la racine « infinie » suivante :

Etape 1 : $\sqrt{1}$

Etape 2 : $\sqrt{1+\sqrt{1}}$

Etape 3 : $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}}$

…

Etape 4 : $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}}}}$…

Le nombre $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ peut alors être approchée par les nombres suivants : 1, $\sqrt{1+1}$ $\sqrt{2}$, $\sqrt{1+\sqrt{1+1}}$ …

Ecrire un algorithme qui permet de trouver de calculer une valeur approchée du nombre $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{\ldots+\sqrt{1+1}}}}}$ à l'étape p définie par l'utilisateur.

Pour quelle valeur de p trouve-t-on la valeur approchée trouvée en 1 ?

d. Ecrire un algorithme qui permet de trouver de calculer une valeur approchée du nombre $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\ddots+\cfrac{1}{1+1}}}$ à l'étape p définie par l'utilisateur.

Pour quelle valeur de p trouve-t-on la valeur approchée trouvée en 1 ?

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Algèbre et algorithme :

Les équations caractéristiques définissent le nombre d'Or :

$$x^2 = x + 1 \Leftrightarrow x = 1 + \frac{1}{x}$$

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{\varphi + 1}}$$

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}$$

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{\varphi}}$$

$$1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \dots}}}$$

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

Algèbre et algorithme :

Deux algorithmes que les élèves doivent trouver :

$$x^2 = x + 1 \Leftrightarrow x = 1 + \frac{1}{x}$$

```
Variables p, N, k
Entrée p
Initialisation
    N prend 1
Traitement
  Pour k prend 1 à p
faire
    N prend racine(1+N)
  Fin
Sortie N
```

```
Variables p, N, k
Entrée p
Initialisation
    N prend 1
Traitement
  Pour k prend 1 à p
faire
    N prend 1+1/N
  Fin
Sortie N
```

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Algèbre et algorithme :

Organisation rapide sur tableur :

	A	B	C	D
1	rang p	premier algorithme fractions	deuxième algorithme racines	valeur approchée du nombre d'Or
2	0	1	1	**1,61803399**
3	1	2	1,41421356	
4	2	1,5	1,55377397	
5	3	1,66666667	1,59805318	
6	4	1,6	1,61184775	
7	5	1,625	1,61612121	
8	6	1,61538462	1,6174428	
9	7	1,61904762	1,61785129	
10	8	1,61764706	1,61797753	
11	9	1,61818182	1,61801654	
12	10	1,61797753	1,6180286	
13	11	1,61805556	1,61803232	
14	12	1,61802575	1,61803347	
15	13	1,61803714	1,61803383	
16	14	1,61803279	1,61803394	
17	15	1,61803445	1,61803397	
18	16	1,61803381	1,61803398	
19	17	1,61803406	**1,61803399**	
20	18	1,61803396	1,61803399	
21	19	1,618034	1,61803399	
22	20	**1,61803399**	1,61803399	

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Algèbre et suite de Fibonacci :

1) A l'aide du tableur,
   a) Compléter et organiser la suite F de nombres suivants : F(0)=1 ; F(1)=1 ; F(2)=2 ; F(3)=3 ; F(4)=5 ; F(5)=8…
   Pour organiser votre travail, vous trouverez deux formules tableurs qui permettent de compléter le tableau jusqu'au rang 40 à l'aide de « glisser-coller ».
   b) Donner un algorithme qui permet de calculer F(40).

2) Montrer que les nombres $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ et $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ sont les seules solutions de l'équation $x^2-x-1=0$. Donner une valeur approchée de ces nombres. Le nombre positif est appelé nombre d'Or.

3) A partir du tableur : Que pouvez vous conjecturer du quotient $F(n+1)/F(n)$ lorsque n est très grand ? un graphique pourra mettre en évidence cette conjecture.

4) Un tour de magie à partir du nombre d'Or :
   D'après le site http://jeux-et-mathematiques.davalan.org/jeux/cartes/add/index.html
   a) Que fait l'algorithme suivant :

```
Variable
Liste1, liste2 : liste de nombres,
n, i, j : entier
Entrée n (entier compris entre 1 et 100).
Liste2 prend {}
Liste1={1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89}
j prend 1
      tant que n différent de 0 faire
            i prend 1
            Tant que liste1(i)≤n faire
                  i prend i+1
            fin tant que
            liste2(j) prend liste1(i-1)
            n prend n-liste2(j)
            j prend j+1
      fin tant que
sortie liste2
```

   b) Application : construire les 10 cartes Ci i entier compris entre 1 et 10 ayant pour premier chiffre le nombre liste1(i) qui permet de deviner un nombre compris entre 1 et 100 : Muni des 10 cartes, vous demandez à un ami de deviner un nombre entier n compris entre 1 et 100. Sans vous donner ce nombre, cet ami vous montre le(s) carte(s) qui

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

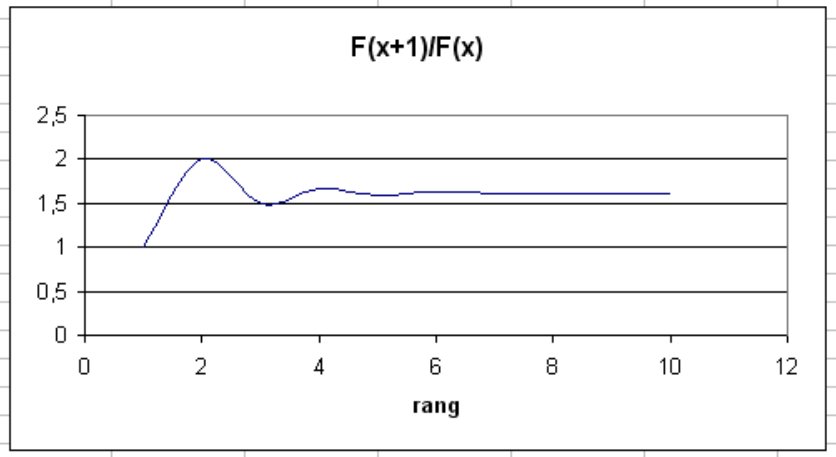
G Autres exercices…

B

Algèbre et suite de Fibonacci :

Organisation rapide sur tableur, le nombre d'Or comme « limite » d'une suite :

	A	B	C
1			
2	rang	F(n)	F(n+1)/F(n)
3	0	1	
4	1	1	1
5	2	2	2
6	3	3	1,5
7	4	5	1,66666667
8	5	8	1,6
9	6	13	1,625
10	7	21	1,61538462
11	8	34	1,61904762
12	9	55	1,61764706
13	10	89	1,61818182
14	11	144	1,61797753
15	12	233	1,61805556
16	13	377	1,61802575
17	14	610	1,61803714
18	15	987	1,61803279
19	16	1597	1,61803445
20	17	2584	1,61803381
21	18	4181	1,61803406
22	19	6765	1,61803396
23	20	10946	1,618034
24	21	17711	1,61803399
25			



L'élève doit élaborer un algorithme pour trouver les termes de la suite de Fibonacci, il peut l'améliorer en donnant les termes F(n+1)/F(n).

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Algèbre et suite de Fibonacci :

Application à un jeu, un tour de magie :

Réfléchir à un nombre entre 1 et 100, lire ce nombre sur les cartes ci-dessous et donner le nom des cartes au magicien :

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Algèbre et suite de Fibonacci :

les cartes

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
1	2	3	5	8	13	21	34	55	89
4	7	4	6	9	14	22	35	56	90
6	10	11	7	10	15	23	36	57	91
9	15	12	18	11	16	24	37	58	92
12	20	16	19	12	17	25	38	59	93
14	23	17	20	29	18	26	39	60	94
17	28	24	26	30	19	27	40	61	95
19	31	25	27	31	20	28	41	62	96
22	36	32	28	32	47	29	42	63	97
25	41	33	39	33	48	30	43	64	98
27	44	37	40	42	49	31	44	65	99
30	49	38	41	43	50	32	45	66	100
33	54	45	52	44	51	33	46	67	
35	57	46	53	45	52	76	47	68	
38	62	50	54	46	53	77	48	69	
40	65	51	60	63	54	78	49	70	
43	70	58	61	64	68	79	50	71	
46	75	59	62	65	69	80	51	72	
48	78	66	73	66	70	81	52	73	
51	83	67	74	67	71	82	53	74	
53	86	71	75	84	72	83	54	75	
56	91	72	81	85	73	84		76	
59	96	79	82	86	74	85		77	
61	99	80	83	87	75	86		78	
64		87	94	88		87		79	
67		88	95	97		88		80	
69		92	96	98				81	
72		93		99				82	
74		100		100				83	
77								84	
80								85	
82								86	
85								87	
88								88	
90									
93									
95									
98									

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Algèbre et suite de Fibonacci :

Un algorithme pour comprendre :

Variable
Liste1, liste2 : liste de nombres,
n, i, j : entiers
Entrée *n* (entier compris entre 1 et 100).
Liste2 prend { }
Liste1={1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89}
j prend 1
tant que *n* différent de 0 faire
i prend 1
Tant que liste1(*i*)≤*n* faire
i prend *i*+1
fin tant que
liste2(j) prend liste1(i-1)
n prend *n*-liste2(j)
j prend *j*+1
fin tant que
sortie liste2

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Algèbre et suite de Fibonacci :

Organisation sur tableur :

	A	B	C	D	E	F	G
1	rang	liste 1 (Fn)	n= 88		33	12	4
2	1	1	87	32	11	3	0
3	2	2	86	31	10	2	1
4	3	3	85	30	9	1	1
5	4	5	83	28	7	4	1
6	5	8	80	25	4	4	1
7	6	13	75	20	12	4	1
8	7	21	67	12	12	4	1
9	8	34	54	33	12	4	1
10	9	55	33	33	12	4	1
11	10	89	88	33	12	4	1

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Boîte de conserve :

Exercice : Pourquoi a-t-on construit des boites de conserves cylindriques ?

D'après exercice 54page 35 1L Déclic Hachette édition 2007.

Entre un cylindre et un cube, quel est celui qui a la surface de son enveloppe la plus petite, sachant que ce volume doit contenir une capacité de 1L?
Construire ce solide en carton.

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Boîte de conserve :

Le cube : (très abordable pour tous les élèves)

Si x est le côté du cube mesuré en cm.

Son volume est x^3. Ainsi on a $x^3=1000$ soit $x=10$.

Ainsi le solide a pour surface **$A(x)=600$ cm²**.

Le cylindre :

On note h sa hauteur, et x son rayon (choix des inconnues), exprimés en cm.

On a : $Volume_Cylindre(x,h)=x^2.\pi h$

On a ainsi : $h=1000/(x^2.\pi)$.

Remarque, si on exprime x en fonction de h, on se risque à des difficultés avec l'utilisation de racine carrée, $x=$racine$(1000/\pi h)$ car $x>0$.

La surface de l'enveloppe du cylindre devient :

$S(x)=2\pi x^2+2000/x$.

Ou

$T(h)= 2000/h+2000.$racine$(\pi h/1000)$.

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

B

Boîte de conserve :

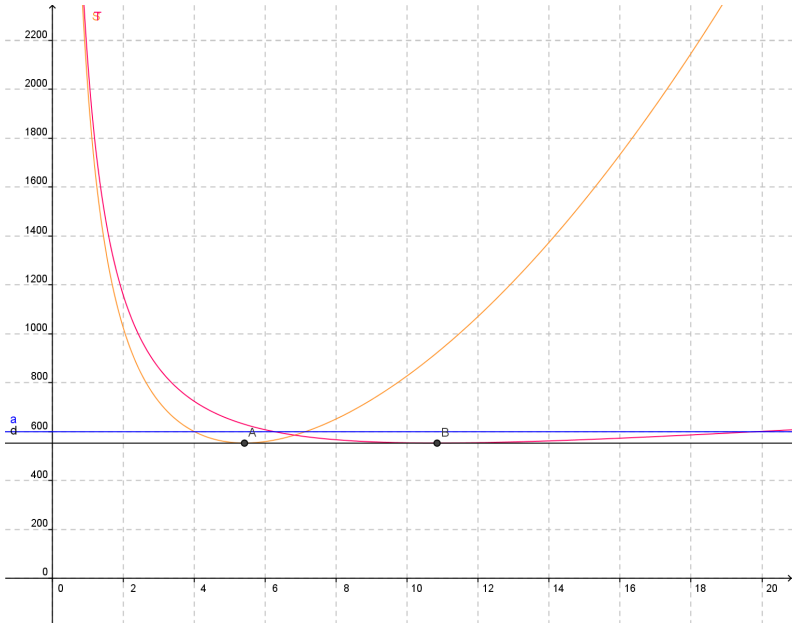
Le cube : **A(x)=600 cm²**.

Le cylindre :

S(x)=2 πx^2+2000/x.

Ou

T(h)= 2000/h+2000.racine(πh /1000).



x_{min}=(500/ π)^(1/3) soit environ 5,42

h_{min}=1000/(250000 π)^(1/3) soit environ 10,84

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C géométrie sans question

D Promotion ou solde

E Jeu de grattage

F Nombre triangulaire

G Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

Surface dans un volume :

Exercice : comparaison de surface inscrite dans un volume.

Reproduire les figures avec le logiciel de géométrie.

Comparer les surfaces des disques représentées à l'intérieur de chacun des solides :

Figure 1 : OI=5, OA=*x*.

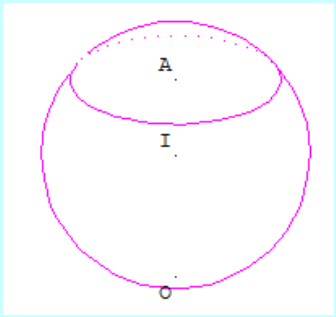


Figure 2 : OH=10 le rayon du cône est 5 et OA=*x*.

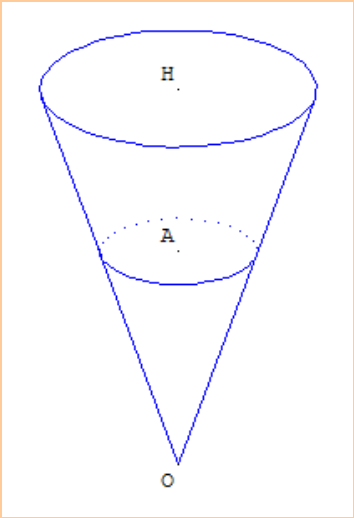
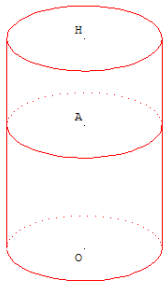


Figure 3 : OH=10 le rayon du cylindre est 5 et OA=*x*.



I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C géométrie sans question

D Promotion ou solde

E Jeu de grattage

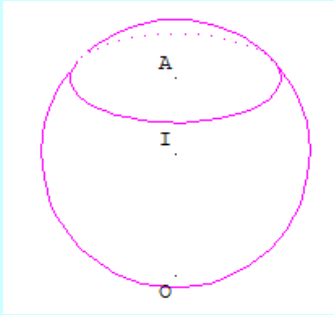
F Nombre triangulaire

G Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

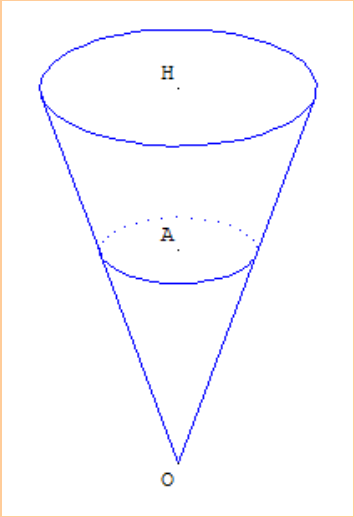
Surface dans un volume :

Figure 1 : OI=5, OA=x.



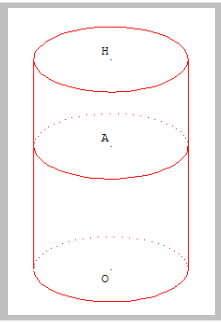
$f(x)=\pi(25-(5-x)^2)$

Figure 2 : OH=10 le rayon du cône est 5 et OA=x.

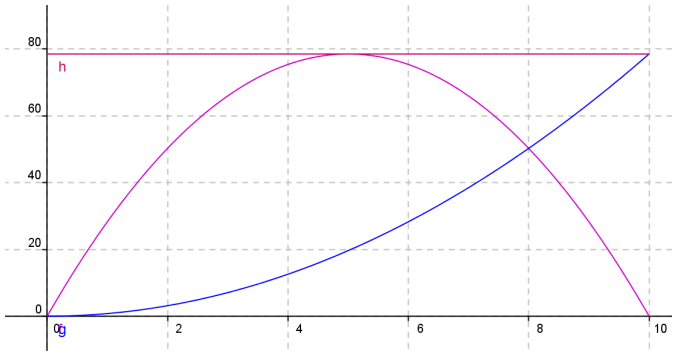


$g(x)=0{,}25\pi x^2$

Figure 3 : OH=10 le rayon du cylindre est 5 et OA=x.



$h(x)=25\pi$



I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

Promotion ou solde :

Exercice :

Comparer, quelle réduction est la plus avantageuse et pour qui ?
- On augmente une quantité de 30%, on paie le même prix.
- On diminue un prix de 30%, on garde les mêmes quantités.

Généraliser avec un taux t.

organisation sur tableur

En analyse, algèbre, …
En analyse encore…

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G autres exercices…

Promotion ou solde :

Exercice : Le Végas (La Française des Jeux)

Le jeu coûte 3 euros, jouez vous ?

GAINS ET PAIEMENT

Pour 500 000 tickets (ou 500 000 unités de jeu)

Nombre de lots	Gains
1	40 000 €
1	20 000 €
1	10 000 €
5	1 000 €
18	500 €
800	200 €
700	100 €
3 000	50 €
7 000	20 €
5 000	10 €
20 000	6 €
30 000	4 €
47 000	3 €
113 526	

Vous avez une chance sur 4,40 de remporter un gain et 69% des mises sont redistribuées aux joueurs, une bonne raison pour découvrir le tapis de jeu Vegas...

Vers d'autres critères de dispersion…

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G Autres exercices…

Nombre triangulaire :

Exercice : Les nombres triangulaires

Organisation sur tableur

T1

T2

T3

T4

Comment définir un nombre triangulaire ? Donner ces nombres…

1 demi carré plus une demi diagonale

$T(n)=(n^2+n)/2=n(n+1)/2$

$T(n+1)=T(n)+n$

$T(n)=n^2-T(n-1)$

I Un thème pour tous : Le nombre d'Or

A Introduction

B Géométrie du rectangle d'Or

C Géométrie du pentagone

D Algèbre et Algorithme

E Algèbre et suite de Fibonacci

II Un thème pour un parcours scientifique : Le parfum

III Problèmes divers

A Boîte de conserve

B Surface dans un volume

C Promotion ou solde

D Jeu de grattage

E Nombre triangulaire

F Antécédents d'entiers par une fonction

G autres exercices…

Antécédents d'entiers par une fonction :

Exercice :

Soit une fonction f définie sur l'ensemble de tous les nombres par l'expression :

$$f(x)=5x^2-6x+1$$

Par la fonction f, Donner les nombres décimaux n'ayant qu'un chiffre après la virgule tels que leur image est un entier relatif (nombre entier positif ou négatif).

Après conjecture : les nombres a+0,2 sont solutions, a est un entier.

Par le raisonnement :

x solution équivaut à $x+1$ solution