Variations d'une fonction

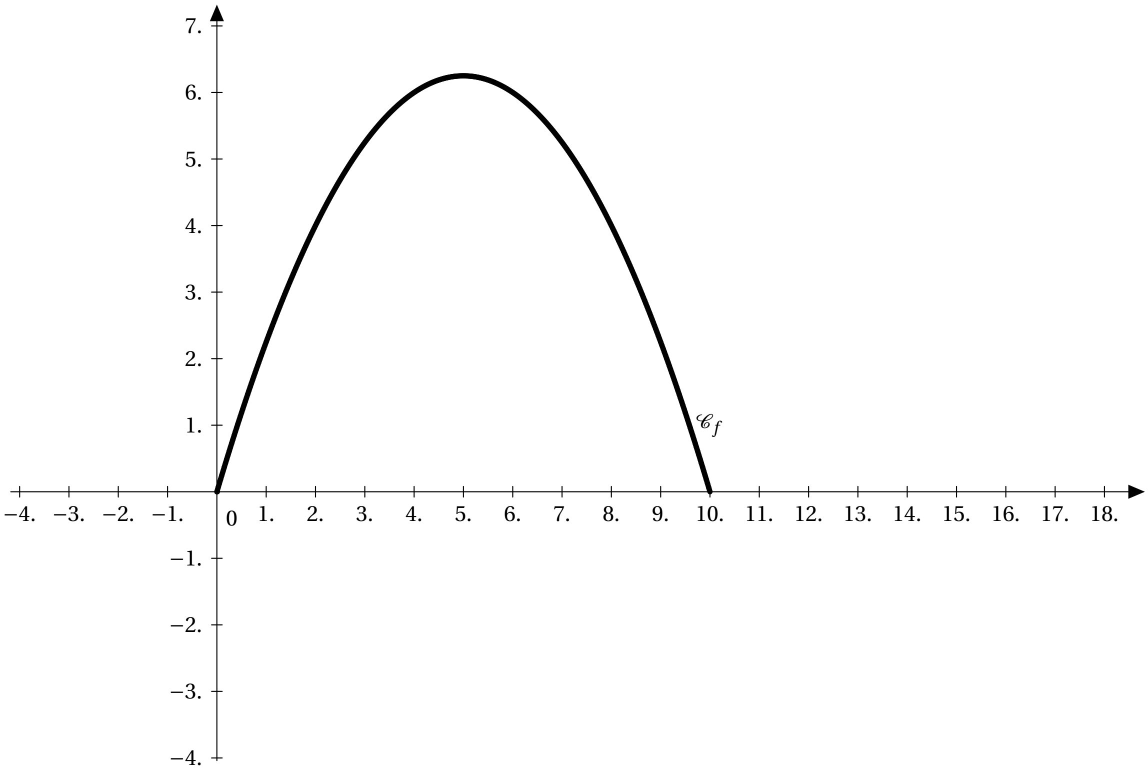
Table des Matières

ఌ✿ Variations d'une fonction ✿ఌ

I. Variations

☞Activité 1

Le lancé d'un projectile est modélisé par une expression de la forme $f(t) = -\dfrac{t^2}{4} + \dfrac{5t}{2}$, t est le temps exprimé en seconde et $f(t)$ la hauteur du projectile exprimé en mètre. On donne la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f :



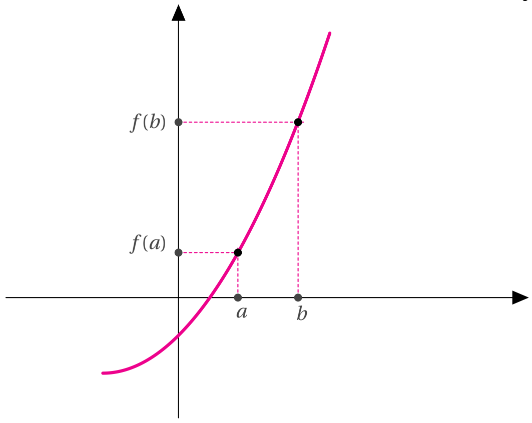
1. Sur quel intervalle I est définie la fonction f ?
2. Lorsque t augmente, que peut-on dire de la hauteur $f(t)$?
3. Sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$, si a et b sont deux nombres tels que $a < b$, que peut-on dire des hauteurs $f(a)$ et $f(b)$?
   Qu'en est-il de l'intervalle $[5\ ;\ 10]$?
4. Quelle est la hauteur maximale atteinte par le projectile ? à quel instant le projectile atteint-il cette hauteur maximale ?

✒ Définition

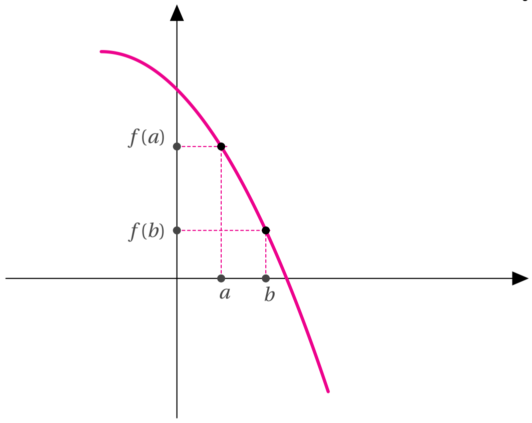
Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
Pour tous nombres a et b de l'intervalle I tels que $a < b$, la fonction f est :

- strictement ***croissante*** sur I si et seulement si $f(a) < f(b)$ (l'ordre est conservé);
- strictement ***décroissante*** sur I si et seulement si $f(a) > f(b)$ (l'ordre est contraire);
- ***constante*** sur I si et seulement si $f(a) = f(b)$.

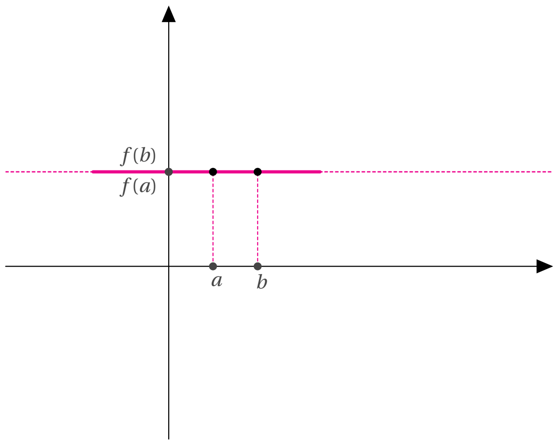
Fonction strictement croissante sur un intervalle I.
(a et b varient sur l'intervalle en conservant $a < b$; on a $f(a) < f(b)$)



Fonction strictement décroissante sur un intervalle I.
(a et b varient sur l'intervalle en conservant $a < b$; on a $f(a) > f(b)$)



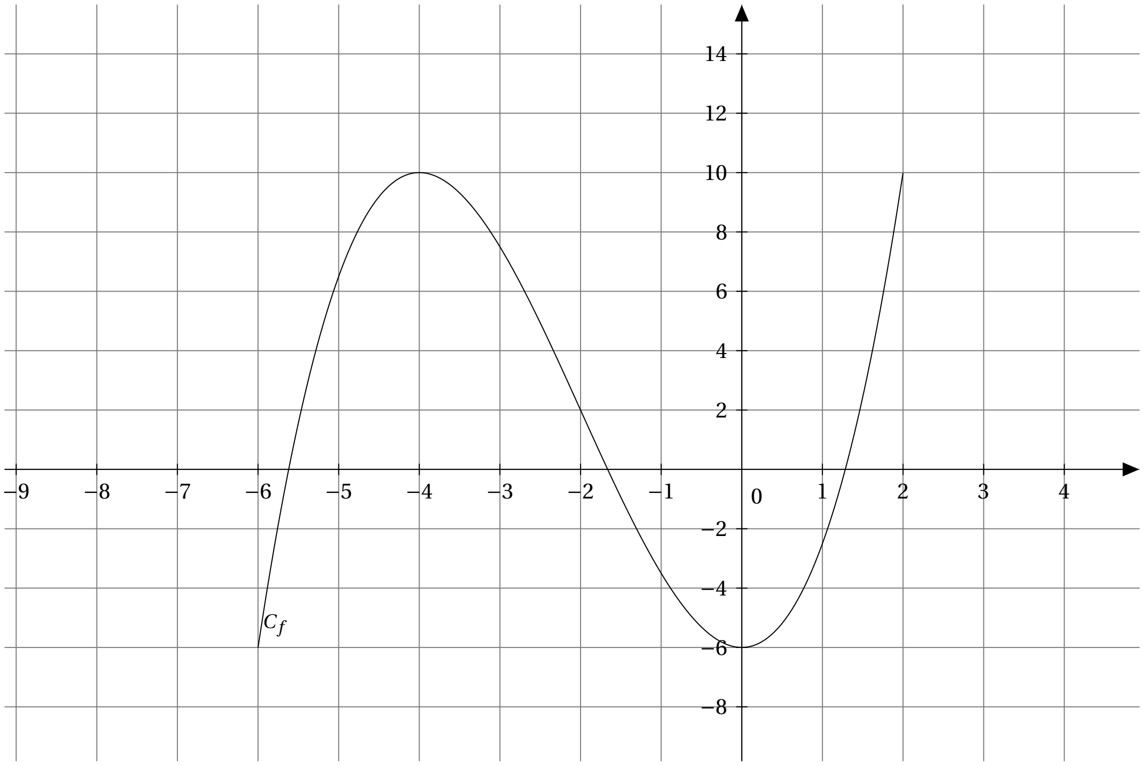
Fonction constante sur un intervalle I.
(a et b varient sur l'intervalle en conservant $a < b$; on constate que $f(a) = f(b)$)



II. Tableau de variations

☞**Activité 2**

Soit une fonction f définie sur l'intervalle $[-6;2]$ dont on donne la représentation grapique dans le repère (O, I, J) suivant :



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

1. sur quel(s) intervalle(s) de x, la fonction f est-elle croissante ?
2. sur quel(s) intervalle(s) de x, la fonction f est-elle décroissante ?
3. En quelle(s)valeur(s) de x, les variations changent-elles ?

On résume les résultats des questions précédentes dans un tableau appelé tableau de variations, en indiquant les images des valeurs de x remarquées :
Le tableau de variations se lit en ligne, la première ligne donne l'axe des abscisses, et la seconde ligne donne les variations de f associées.
On donne le tableau de variations de f sur l'intervalle $[-6\,;\,-4]$, finir de compléter le tableau de variations sur l'intervalle complet de définition $[-6\,;\,2]$.

x	-6		-4		$\cdots$		$\cdots$
$f(x)$	-6	$\nearrow$	10				

III. Extrema globaux et locaux

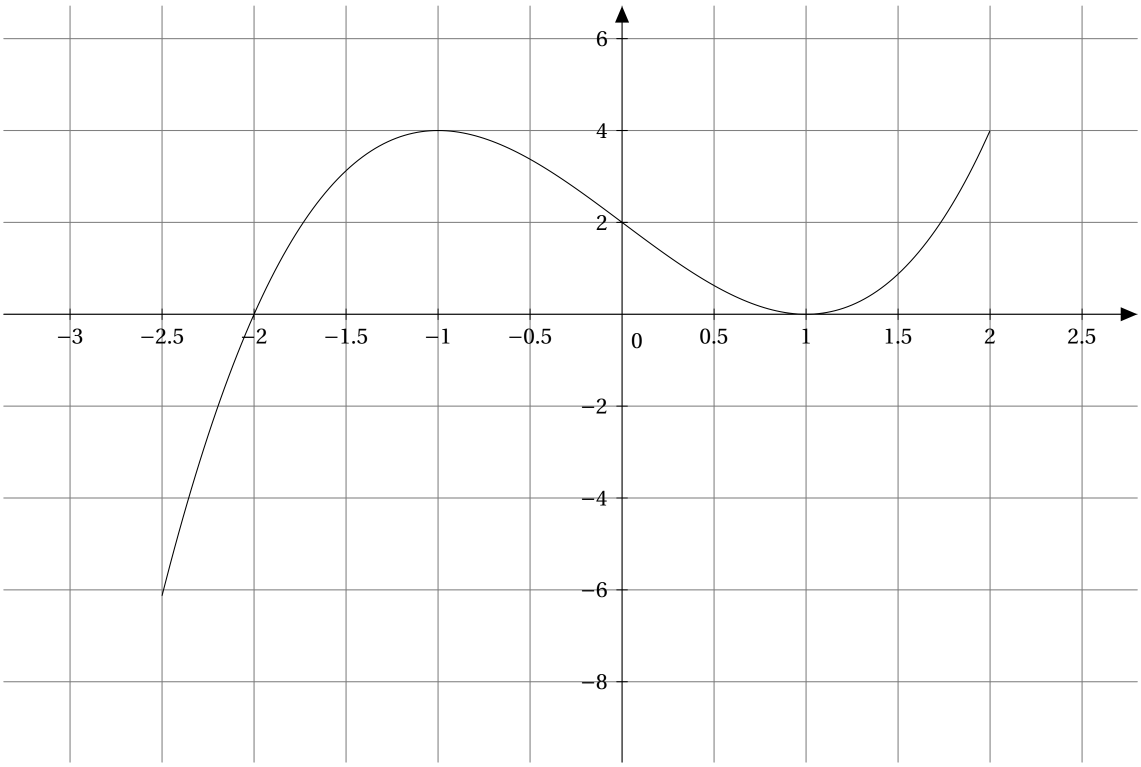
Définition

Soit une fonction f définie sur un intervalle I.

1. **Extrema globaux**
   - $M = f(x_M)$ est un maximum global, atteint en x_M, si pour tout x de l'intervalle I, $f(x) \leq M$.
   - $m = f(x_m)$ est un minimum global, atteint en x_m, si pour tout x de l'intervalle I, $f(x) \geq m$.
2. **Extrema locaux**
   - $M' = f(x'_M)$ est un maximum local, atteint en x'_M, si pour tout x d'un intervalle J, tel que J est inclus dans I, $f(x) \leq M'$.
   - $m' = f(x'_m)$ est un minimum local, atteint en x'_m, si pour tout x d'un intervalle J, tel que J inclus dans I, $f(x) \geq m'$.

☞**Exercice 1**

Soit une fonction f définie sur l'intervalle $I = [-2,5;2]$ dont on donne la représentation graphique ci-dessous :



1. Faire le tableau de variations de la fonctions f.
2. Lire et donner le maximum et le minimum global pour chacun d'eux, la valeur en laquelle il est atteint.
3. Lire et donner le maximum et le minimum pour x dans l'intervalle $J_0 = [-2;0]$.
4. Lire et donner le maximum et le minimum pour x dans l'intervalle $J_1 = [-0,5;1,5]$.
5. Lire et donner le maximum et le minimum pour x dans l'intervalle $J_2 = [1;2]$.