Vecteurs - opérations

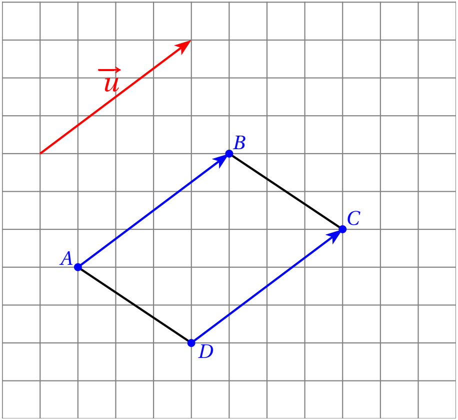
Stéphane Mirbel

Définition

Un vecteur $\overrightarrow{u}$ est muni :

* d'une direction
* d'un sens
* d'une longueur notée $\|\overrightarrow{u}\|$.

La translation de vecteur $\overrightarrow{u}$ transforme A en B.
La translation de vecteur $\overrightarrow{u}$ transforme D en C.
$ABCD$ est un parallélogramme.

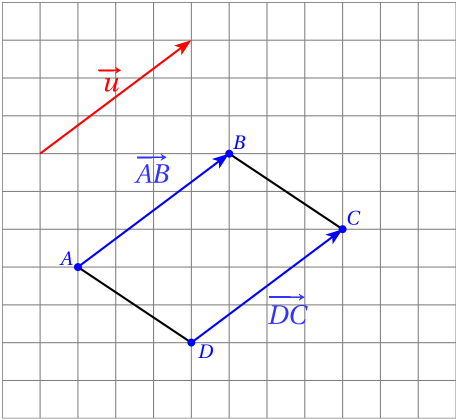


Des vecteurs ayant :

- * une même direction (droites parallèles)
- * un même sens
- * une même longueur

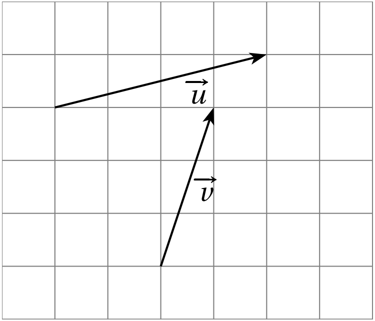
sont égaux.

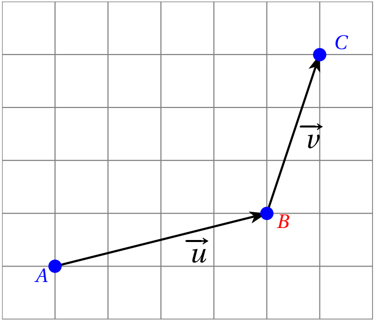
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{u}$.



Somme

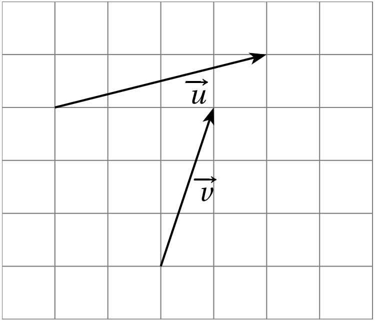
Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs du plan dont on veut faire la somme.

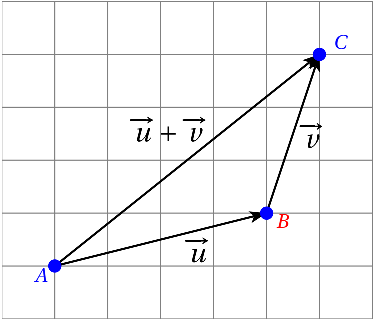




Somme

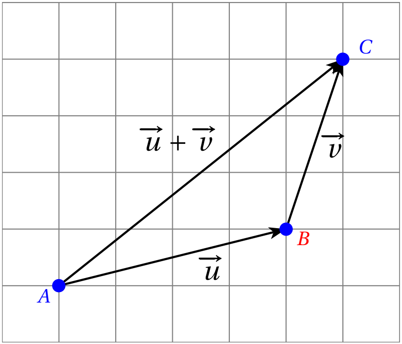
Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs du plan dont on veut faire la somme.





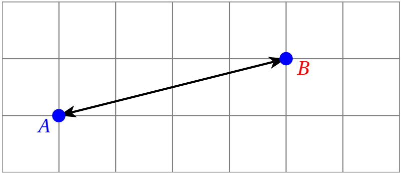
(**Relation de Chasles**)
Soient $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs du plan,
$\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{BC}$.
On a alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Cette relation est aussi très utilisée pour décomposer un vecteur : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$



Opposé

Avec la relation de Chasles :
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$ (vecteur nul).



Opposé

Avec la relation de Chasles : $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$.

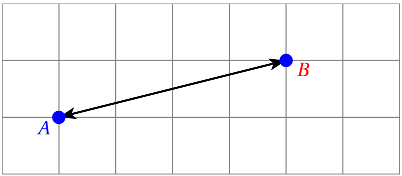
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$ (vecteur nul).

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ sont opposés,

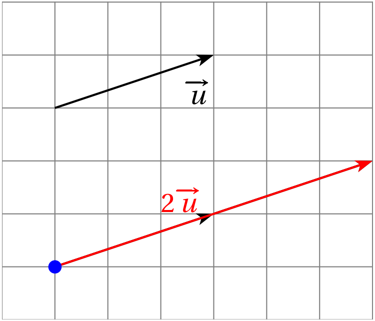
on note $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.

On a $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$.

Si $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$ on a alors

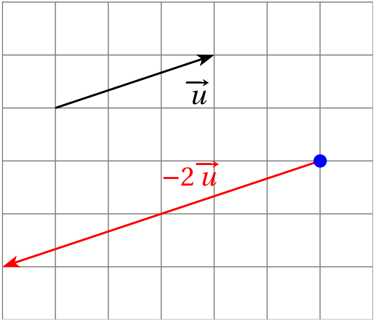


Produit



$\overrightarrow{u}$ et $2\overrightarrow{u}$ ont :

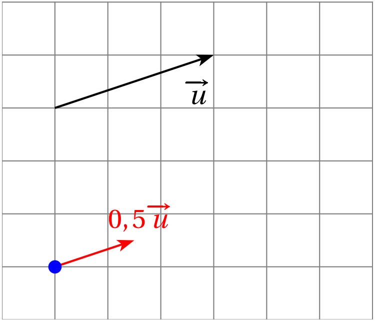
- la même direction,
- le même sens,
- $\|2\overrightarrow{u}\| = 2\|\overrightarrow{u}\|$.



$\overrightarrow{u}$ et $-2\overrightarrow{u}$ ont :

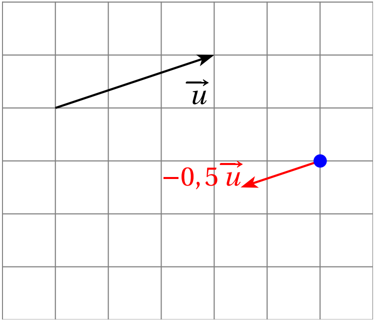
- la même direction,
- le sens opposé,
- $\|-2\overrightarrow{u}\| = 2\|\overrightarrow{u}\|$.

Produit



$\overrightarrow{u}$ et $0,5\overrightarrow{u}$ ont :

- la même direction,
- le même sens,
- $\|0,5\overrightarrow{u}\| = 0,5\|\overrightarrow{u}\|$.



$\overrightarrow{u}$ et $-0,5\overrightarrow{u}$ ont :

- la même direction,
- le sens opposé,
- $\|-0,5\overrightarrow{u}\| = 0,5\|\overrightarrow{u}\|$.

Produit

Soit un vecteur $\overrightarrow{u}$ du plan et k un nombre réel.
Si $k = 0$ le vecteur $k.\overrightarrow{u}$ est le vecteur nul.
Sinon le vecteur $k.\overrightarrow{u}$ est caractérisé par :

- la même direction que celle du vecteur $\overrightarrow{u}$
-
  * le même sens que celui du vecteur $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$.
  * le sens opposé à celui du vecteur $\overrightarrow{u}$ si $k < 0$.
-
  * sa longueur est $k.\|\overrightarrow{u}\|$ si $k > 0$.
  * sa longueur est $-k.\|\overrightarrow{u}\|$ si $k < 0$.

Propriétés opératoires

Soient $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ trois vecteurs, k un nombre réel.

- (commutativité) $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}=\overrightarrow{v}+\overrightarrow{u}$
- (associativité) : $\left(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}\right)+\overrightarrow{w}=\overrightarrow{u}+\left(\overrightarrow{v}+\overrightarrow{w}\right)$
- (distributivité) : $k\left(\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}\right)=k\overrightarrow{u}+k\overrightarrow{v}$

FIN