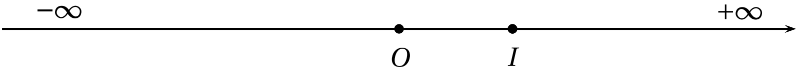
Ensemble des nombres

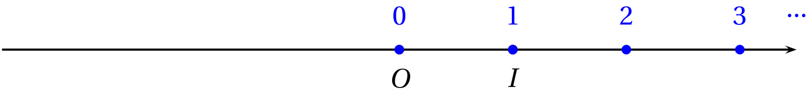
Stéphane Mirbel

Les ensembles de nombres

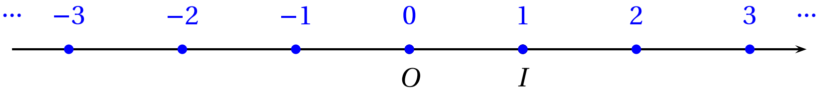
L'ensemble des nombres réels, noté $\mathbb{R}$, est représenté par l'axe des abscisses suivant :



L'ensemble des nombres entiers naturels $\mathbb{N}$



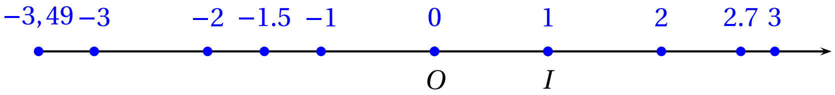
L'ensemble des nombres entiers relatifs $\mathbb{Z}$



Remarque : les entiers naturels sont des entiers relatifs :
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ (se lit $\mathbb{N}$ inclus dans $\mathbb{Z}$).

L'ensemble des nombres décimaux $\mathbb{D}$

Les nombres décimaux s'écrivent sous la forme $\dfrac{a}{10^n}$, où a est un entier relatif, et n un entier relatif.
Remarque : $10^0 = 1$.
Exemples : $1 = \dfrac{1}{10^0}$; $-1,5 = \dfrac{-15}{10^1}$; $1,8 = \dfrac{18}{10^1}$; $-3,49 = \dfrac{-349}{10^2}$.

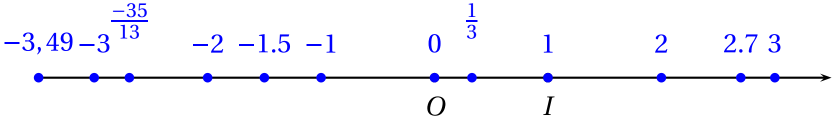


Remarque : Les entiers relatifs sont des nombres décimaux.
$\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$ (se lit $\mathbb{Z}$ inclus dans $\mathbb{D}$).

L'ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q}$

Les nombres rationnels s'écrivent sous la forme $\dfrac{a}{b}$, où a est un entier relatif, et b un entier relatif non nul.

Exemples : $-2 = \dfrac{-2}{1}$; $-1,5 = \dfrac{-15}{10}$; $1,8 = \dfrac{18}{10}$; $\dfrac{1}{3}$; $\dfrac{-35}{13}$.



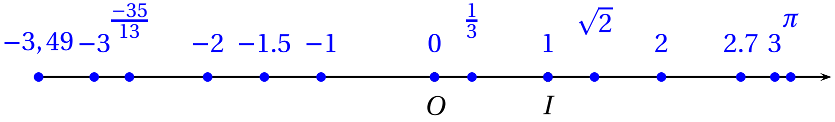
Remarque : Les nombres décimaux sont des nombres rationnels.
$\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$ (se lit $\mathbb{D}$ inclus dans $\mathbb{Q}$).

L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$

Les nombres repérés sur l'axe des abscisses sont des nombres réels, ces nombres sont rationnels ou irrationnels (nombres qui ne sont pas rationnels).

Exemples : $-2 = \dfrac{-2}{1}$; $-1,5 = \dfrac{-15}{10}$; $1,8 = \dfrac{18}{10}$; $\dfrac{1}{3}$; $\dfrac{-35}{13}$; $\sqrt{2}$; π.

Les nombres $\sqrt{2}$ et π sont irrationnels.



Remarque : Les nombres rationnels sont réels.

$\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ (se lit $\mathbb{Q}$ inclus dans $\mathbb{R}$).

Pour résumer...

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

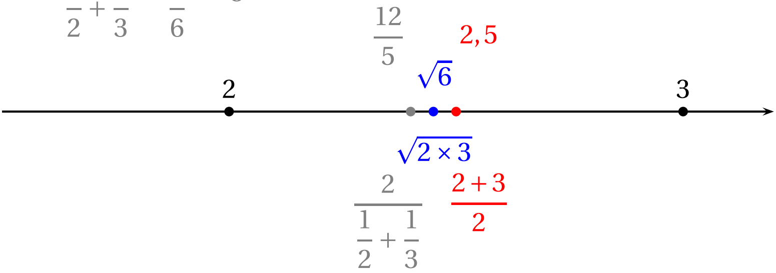
Exemples :

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
2	$\surd$	$\surd$	$\surd$ $2 = \frac{2}{10^0}$	$\surd$ $2 = \frac{2}{1}$	$\surd$
-5	$\Join$	$\surd$	$\surd$ $-5 = \frac{-5}{10^0}$	$\surd$ $-5 = \frac{-5}{1}$	$\surd$
$-1,2$	$\Join$	$\Join$	$\surd$ $-1,2 = \frac{-12}{10^1}$	$\surd$ $-1,2 == \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$	$\surd$
$\frac{4}{7}$	$\Join$	$\Join$	$\Join$	$\surd$	$\surd$
$\sqrt{2}$	$\Join$	$\Join$	$\Join$	$\Join$	$\surd$

Pour aller plus loin :

Entre les entiers naturels 2 et 3 on trouve les nombres suivants :

* $\dfrac{2+3}{2} = 2,5$ (moyenne arithmétique de 2 et 3),
* $\sqrt{2\times 3} = \sqrt{6} \simeq 2,45$ (moyenne géométrique de 2 et 3),
* $\dfrac{2}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}} = \dfrac{2}{\dfrac{5}{6}} = \dfrac{12}{5} = 2,4$ (moyenne harmonique de 2 et 3).

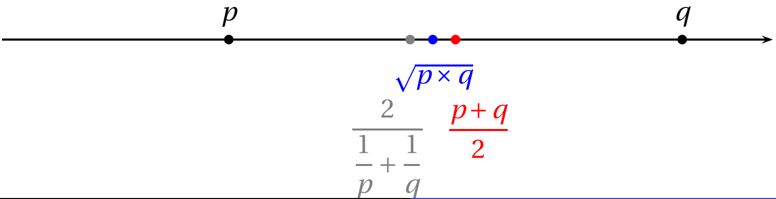


Pour aller plus loin :

Entre les entiers naturels non nuls p et q, avec $p < q$, on a les nombres suivants :

* $\dfrac{p+q}{2}$ (moyenne arithmétique de p et q),
* $\sqrt{p \times q}$ (moyenne géométrique de p et q),
* $\dfrac{2}{\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}}$ (moyenne harmonique de p et q),

.



FIN