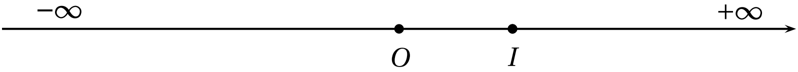
Intervalles de $\mathbb{R}$

Stéphane Mirbel

l’ensemble $\mathbb{R}$ de nombres réels

L’ensemble des nombres réels, noté $\mathbb{R}$, est représenté par l’axe des abscisses suivant :



Exemple d'intervalle fermé

Représentation

Nom	Intervalle	Encadrement
intervalle fermé en 1 et 4	$[1 ; 4]$	$1 \leqslant x \leqslant 4$

Exemples :

$1{,}5 \in [1 ; 4]$	$\pi \in [1 ; 4]$	$0 \notin [1 ; 4]$	$4 \in [1 ; 4]$	...

Exemple d'intervalle ouvert

Représentation

Nom	Intervalle	Encadrement
intervalle ouvert en 1 et 4	$]1\,;\,4[$	$1 < x < 4$

Exemples :

$3 \in]1\,;\,4[$	$3{,}9999999 \in]1\,;\,4[$	$4 \notin]1\,;\,4[$	$1{,}0000001 \in]1\,;\,4[$	$1 \notin]1\,;\,4[$

Exemple d'intervalle ouvert et fermé

Représentation


Nom	Intervalle	Encadrement
intervalle fermé en 1 ouvert en 4	$[1\ ;\ 4[$	$1 \leqslant x < 4$

Exemples :

$3 \in [1\ ;\ 4[$	$3,9999999 \in [1\ ;\ 4[$	$4 \notin [1\ ;\ 4[$	$1,0000001 \in [1\ ;\ 4[$	$1 \in [1\ ;$

Exemple d'intervalle fermé et non fermé

Représentation


Nom	Intervalle	Encadrement
intervalle fermé en 1 et non fermé	$[1\ ;\ +\infty[$	$1 \leqslant x$

Exemples :

$1 \in [1\ ;\ +\infty[$	$1,0000001 \in [1\ ;\ +\infty[$	$0,9999 \notin [1\ ;\ +\infty[$	$10^{10} \in [1\ ;\ +$

Exemple d'intervalle ouvert et non fermé

Représentation


Nom	Intervalle	Encadrement
intervalle non fermé et ouvert en 4	$]-\infty\,;\,4[$	$x<4$

Exemples :

$1 \in]-\infty\,;\,4[$	$3,99 \in]-\infty\,;\,4[$	$4 \notin]-\infty\,;\,4[$	$-10^{10} \in]-\infty\,;\,4[$	...

Ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels ou intervalle des nombres réels

Représentation

Nom	Intervalle	Ensemble des réels
intervalle des nombres réels	$]-\infty\,;\ +\infty[$	$x \in \mathbb{R}$

a et b sont deux nombres réels tels que $a < b$.
On appelle ***amplitude*** d'un intervalle $[a\,;\ b]$ la distance entre les nombres a et b soit $b - a$.

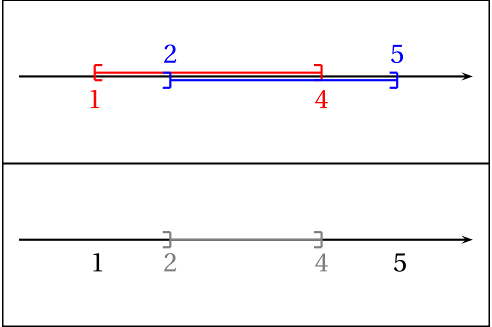
Exemples :

* L'amplitude de l'intervalle $[1\,;\ 4]$ est 3,
* l'amplitude de l'intervalle $[1{,}5\,;\ 1{,}51]$ est $0{,}01$,
* l'intervalle ouvert d'amplitude 10^{-2} qui contient le nombre $\sqrt{2}$ dont la valeur approchée à 10^{-4} est $1{,}4142$ est $]1{,}41\,;\ 1{,}42[$.
  On a $\sqrt{2} \in]1{,}41\,;\ 1{,}42[$ c'est à dire $1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$.

Exemple d'intersection ∩ d'intervalles

L'intersection des intervalles $[1\ ;\ 4]$ et $]2\ ;\ 5]$ sont les nombres communs des deux intervalles soit l'intervalle $]2\ ;\ 4]$.

Représentation

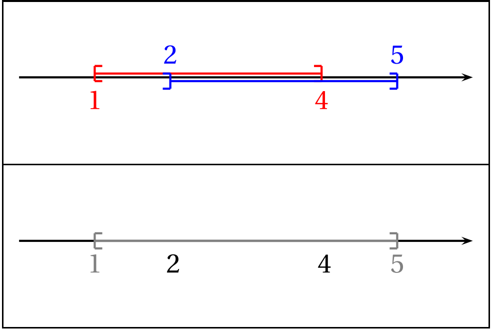


On note $[1\ ;\ 4] \cap]2\ ;\ 5] =]2\ ;\ 4]$.

Exemple d'union ∪ d'intervalles

L'union des intervalles [1 ; 4] et]2 ; 5] sont les nombres qui se situent dans l'un ou l'autre des deux intervalles soit l'intervalle [1 ; 5] .

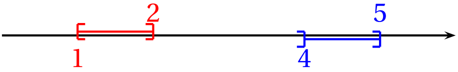
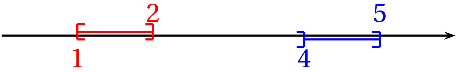
Représentation



On note $[1\ ;\ 4] \cup]2\ ;\ 5] = [1\ ;\ 5]$.

Exemple d'intersection et d'union dans un cas particulier

Soient les intervalles $[1\ ;\ 2]$ et $]4\ ;\ 5]$.

Ensemble	Représentation
$[1\ ;\ 2] \cap]4\ ;\ 5] = \emptyset$ (vide)	
$[1\ ;\ 2] \cup]4\ ;\ 5]$ (pas de simplification)	

Mémento

Dénomination	Notation	mot de coordination
Intersection	$\cap$	ET
Union (ou réunion)	$\cup$	OU

FIN