Fonction racine carrée

Table des Matières

Fonction racine carrée

I. Définition et propriétés

Définition

Pour tout nombre positif x, il existe un unique nombre positif y tel que $y^2 = x$, on note $y = \sqrt{x}$.
$\forall x \in [0;+\infty[, \exists! y \in [0;+\infty[$ tel que $y^2 = x$. On appelle fonction racine carrée f, la fonction qui au nombre réel positif x associe le nombre réel $\sqrt{x}$.

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R}^+ = [0\,;\,+\infty[& \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = \sqrt{x} \end{array}$$

Propriétés

- $\forall x \in [0;+\infty[, \left(\sqrt{x}\right)^2 = x$;
- $\forall x \in]-\infty;+\infty[, \sqrt{x^2} = |x|$.
- Pour tout réel x positif, $\sqrt{x} \geqslant 0$.
- L'équation $\sqrt{x} = 0$ admet une unique solution $x = 0$.

Propriétés

- Pour deux nombres réels positifs a et b, $a \neq 0$ et $b \neq 0$, on a $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.
- Pour tout nombre a et b positif, $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et pour b non nul, $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

II. Variation

Théorème

La fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$\sqrt{x}$	$0 \nearrow$

Démonstration 1

1. Soient a et b deux nombres réels positifs. Montrer que $a - b = \left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)$
2. Si $a < b$ déterminer le signe de $\sqrt{a} - \sqrt{b}$.
3. Conclure.

☞**Exercice 1**

Comparer les nombres suivants

1. $\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$
2. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ et $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

III. Représentation graphique

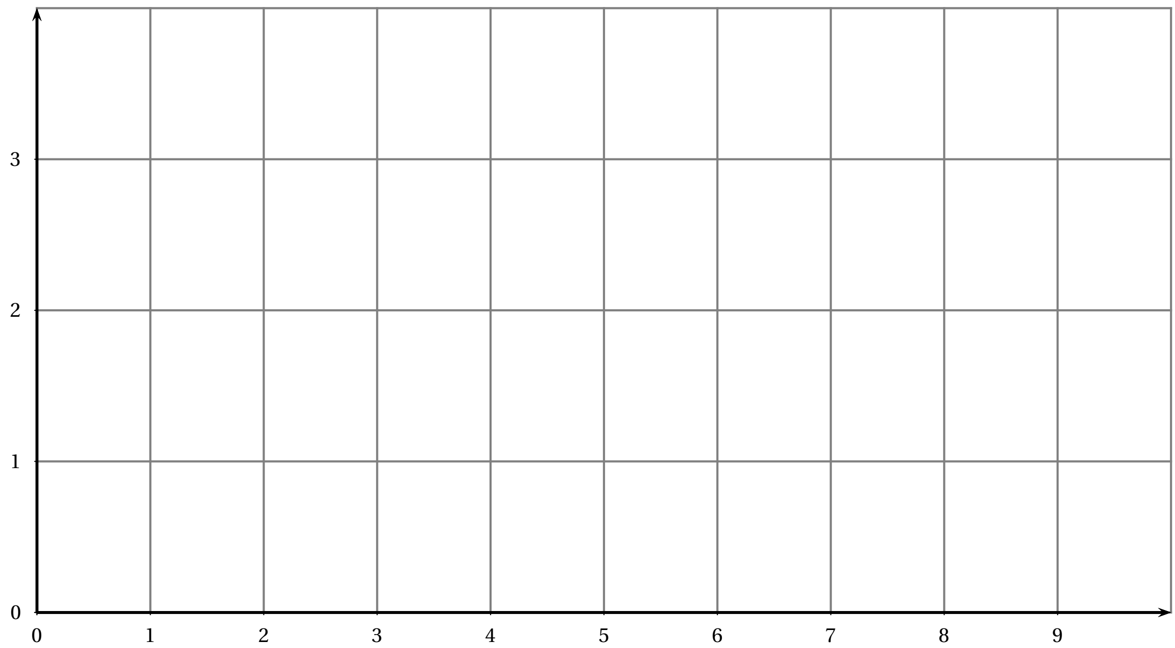
IV. Table de valeurs

Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	0,25	0,5	0,75	1	1,5	2	4	6,25	9
$\sqrt{x}$										

IV. A. Représentation graphique de la fonction racine carrée

Soit un repère orthogonal $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$ du plan.
La courbe de la fonction racine carrée a pour équation $y=\sqrt{x}$.
Graphe de la fonction racine carrée :



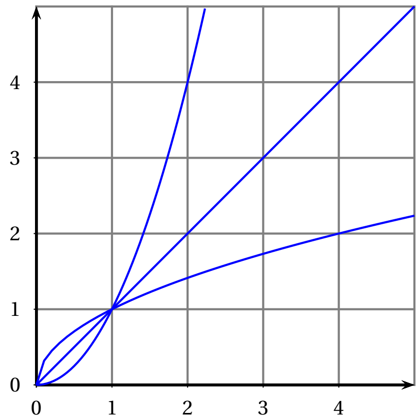
V. Position relative avec d'autres courbes

☞**Exercice 2**

Soit un repère orthogonal du plan.

Sur le graphique suivant on a représenté trois courbes associées respectivement aux équations suivantes :

- $y = x$
- $y = x^2$
- $y = \sqrt{x}$

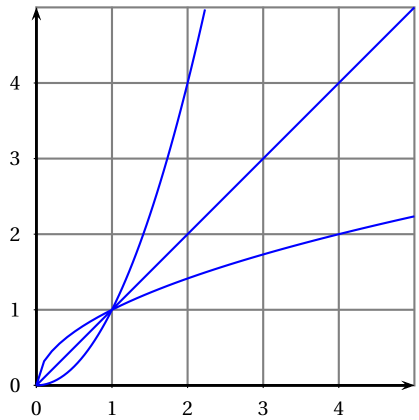


1. Suivant les valeurs de x, conjecturer un ordre sur x, x^2 et $\sqrt{x}$.
2. Démontrer votre conjecture.

☞**Exercice 3**

Soit un repère orthogonal du plan.

Les courbes suivantes ont pour équation $y = x$, $y = x^2$ et $y = \sqrt{x}$. Soit un point M de la courbe d'équation $y = \sqrt{x}$. Quel est l'image M' du point M par la symétrie d'axe la droite $y = x$?



Note :

Vous devez être capable d'obtenir la fenêtre graphique précédente sur votre calculatrice en réglant la fenêtre :

Xmin	0	Ymin	0
Xmax	5	Ymax	5
Échelle	1	Échelle	1