Fonction inverse

Stéphane Mirbel

Définition

On appelle fonction inverse f, la fonction qui au nombre réel **non nul** x associe le nombre réel $\dfrac{1}{x}$.

$$\begin{array}{rrcl} f: & \mathbb{R}^* =]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[& \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & y = f(x) = \dfrac{1}{x} \end{array}$$

.

Table de valeurs

Exemple d'une table de valeurs de la fonction inverse :

x	0	$0,5$ $\frac{1}{2}$	1	$1,5$ $\frac{3}{2}$	2	$2,5$ $\frac{5}{2}$	3
$f(x) = \frac{1}{x}$	$\|$	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$ $0,5$	$\frac{2}{5}$ $0,8$	$\frac{1}{3}$

Remarque : soit a un réel non nul,

- $a \times \dfrac{1}{a} = 1$
- l'inverse de $\dfrac{1}{a}$ s'écrit (par définition) $\dfrac{1}{\frac{1}{a}} = a$

Exemple d'une table de valeurs de la fonction inverse :

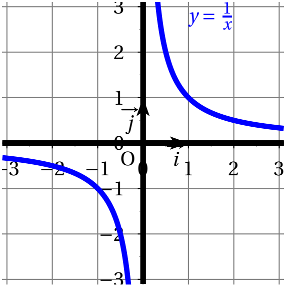
x	0	$0,5$ $\frac{1}{2}$	1	$1,5$ $\frac{3}{2}$	2	$2,5$ $\frac{5}{2}$	3
$f(x) = \frac{1}{x}$	$\Vert$	2	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$ $0,5$	$\frac{2}{5}$ $0,8$	$\frac{1}{3}$

x	0	$-0,5$ $-\frac{1}{2}$	-1	$-1,5$ $-\frac{3}{2}$	-2	$-2,5$ $-\frac{5}{2}$	-3
$f(x) = \frac{1}{x}$	$\Vert$	-2	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{2}$ $-0,5$	$-\frac{2}{5}$ $-0,8$	$-\frac{1}{3}$

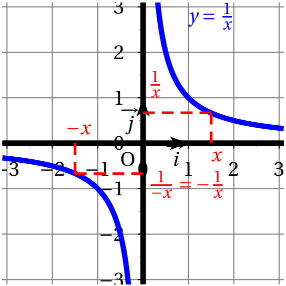
Pour tout réel non nul x, $f(-x) = \dfrac{1}{-x} = -\dfrac{1}{x} = -f(x)$ soit $f(-x) = -f(x)$.
On dit que la fonction inverse est impaire.

La courbe de la fonction cube (appelée hyperbole) a pour équation $y = \dfrac{1}{x}$.

Dans un repère orthogonal $\left(O\,;\ \overrightarrow{i}\ ,\ \overrightarrow{j}\right)$:



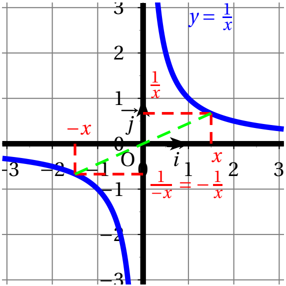
Dans un repère orthogonal $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,,\,\overrightarrow{j}\right)$:



La fonction inverse est impaire, pour tout réel non nul x,

$f(-x) = -f(x)$.

Dans un repère orthogonal $\left(O\,;\ \overrightarrow{i}\ ,\ \overrightarrow{j}\right)$:



La fonction inverse est impaire, pour tout réel non nul x,

$f(-x) = -f(x)$.

Le point O, origine du repère est le centre de symétrie de la courbe de la fonction inverse.

Variations

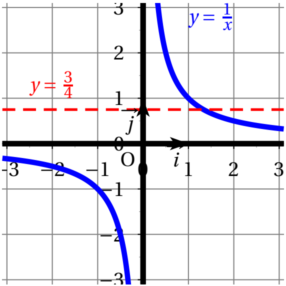
La fonction inverse f est

- décroissante sur l'intervalle $]-\infty\,;\,0[$
- décroissante sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$

Exemple : résoudre $\dfrac{1}{x} = 0,75$ ou $\dfrac{1}{x} = \dfrac{3}{4}$

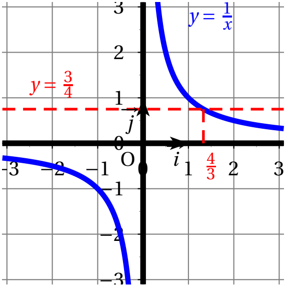
Dans un repère orthogonal $\left(O\,;\ \overrightarrow{i}\ ,\ \overrightarrow{j}\right)$:



On trace la droite d'équation $y = 0,75$.

Exemple : résoudre $\dfrac{1}{x} = 0,75$ ou $\dfrac{1}{x} = \dfrac{3}{4}$

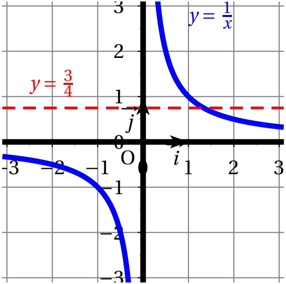
Dans un repère orthogonal $\left(O\,;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\right)$:



On lit l'ensemble de solution : $x \in \left\{\dfrac{4}{3}\right\}$.

Exemple : résoudre $\dfrac{1}{x} \leqslant 0,75$ ou $\dfrac{1}{x} \leqslant \dfrac{3}{4}$

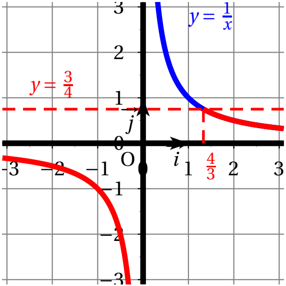
Dans un repère orthogonal $\left(O\,;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\right)$:



On trace la droite d'équation $y = 0,75$.

Exemple : résoudre $\dfrac{1}{x} \leqslant 0,75$ ou $\dfrac{1}{x} \leqslant \dfrac{3}{4}$

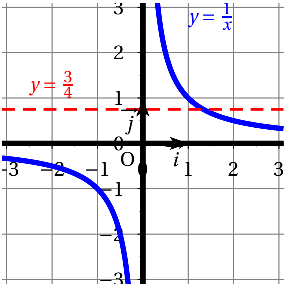
Dans un repère orthogonal $\left(O\,;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\right)$:



On lit l'ensemble des solutions : $x \in \left]-\infty\,;\,0\right[\cup \left[\dfrac{4}{3}\,;\ +\infty\right[$.

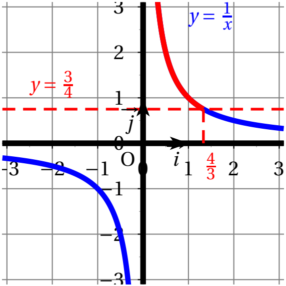
Exemple : résoudre $\dfrac{1}{x} > 0,75$ ou $\dfrac{1}{x} > \dfrac{3}{4}$

Dans un repère orthogonal $\left(O\,;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\right)$:



On trace la droite d'équation $y = 0,75$.

Exemple : résoudre $\dfrac{1}{x} > 0,75$ ou $\dfrac{1}{x} > \dfrac{3}{4}$
Dans un repère orthogonal $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$:



On lit l'ensemble des solutions : $x \in \left]0\,;\,\dfrac{4}{3}\right[$.

FIN