Fonction affine

Table des Matières

∽ Fonction affine ∽

I. Définition

Définition

On appelle fonction affine f, une fonction qui au nombre réel x associe le nombre réel $mx+p$ où m et p sont deux nombres réels donnés.

$$f: \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & y = f(x) = mx + p \end{array}$$

- si $p = 0$ la fonction affine f est dite linéaire

$$f: \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & y = f(x) = mx \end{array}$$

- si $m = 0$ la fonction affine f est dite constante

$$f: \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & y = f(x) = p \end{array}$$

Théorème

Soit un repère orthogonal $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$ du plan.
Toute fonction affine f d'expression $f(x) = mx+p$ (m et p réels) est représentée par une droite $\mathscr{D}$ d'équation réduite $y = mx+p$, réciproquement, toute droite $\mathscr{D}$ d'équation réduite $y = mx + p$ (m et p réels) représente une fonction affine f.

Remarque

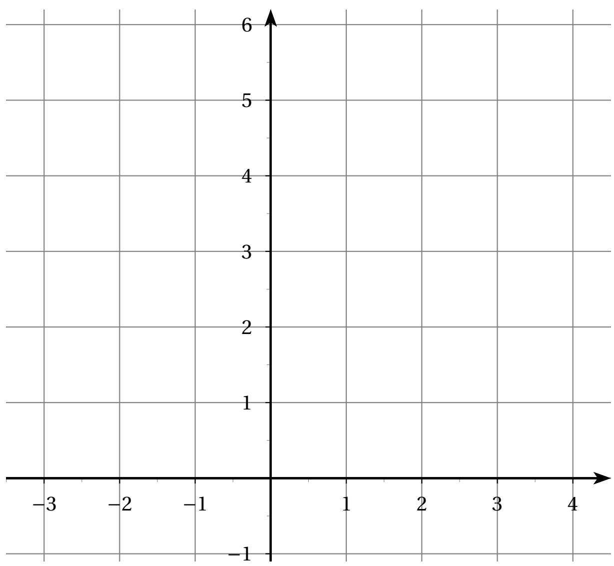
La droite $\mathscr{D}$ représentative d'une fonction affine f n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées.

☞Démonstration 1

chapitre des équations des droites, équation réduite d'une droite.

☞Exercice 1

Dans le repère orthogonal suivant représenter les fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,5x - 1$, $g(x) = -2x + 5$ et $h(x) = 1$.



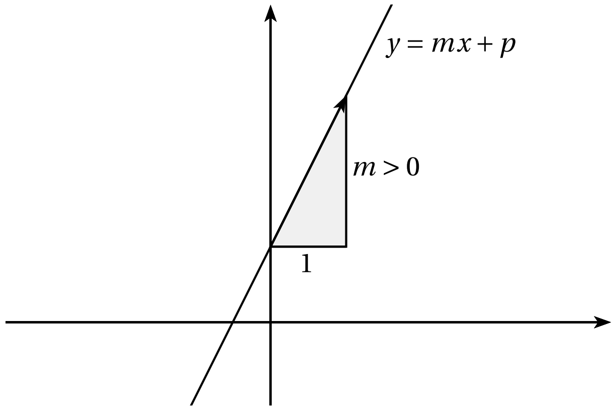
II. Variations d'une fonction affine

Théorème

Soit une fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par l'expression $f(x) = mx + p$ avec m et p deux nombres réels.

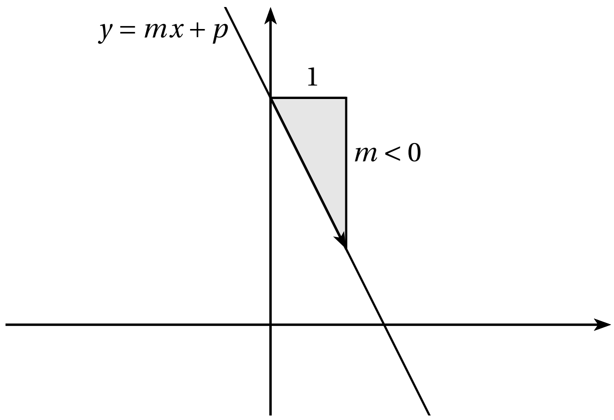
- f est strictement croissante $\mathbb{R}$ si et seulement si $m > 0$.

x	$-\infty$	$+\infty$
f	$\nearrow$	



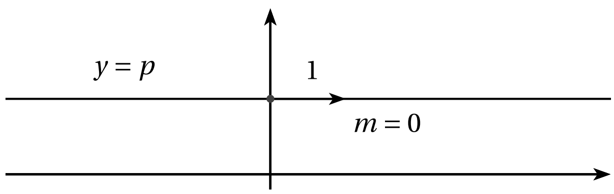
- f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ si et seulement si $m < 0$.

x	$-\infty$	$+\infty$
f	$\searrow$	



- f est constante sur $\mathbb{R}$ si et seulement si $m = 0$.

x	$-\infty$	$+\infty$
f	$\rightarrow$	



Démonstration 2

Soient a et b deux nombres réels tels que $a < b$.
Comparer $f(a)$ et $f(b)$ puis conclure.

Exercice 2

Donner les variations des fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,5x - 1$, $g(x) = -2x + 3$ et $h(x) = 1$.
Vérifier avec la représentation graphique de l'exercice précédent.

III. Signe d'une fonction affine

Théorème

Soit une fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = mx + p$ avec m et p deux nombres réels, m est non nul.
L'équation $f(x) = 0$ n'admet qu'une seule solution $\dfrac{-p}{m}$.

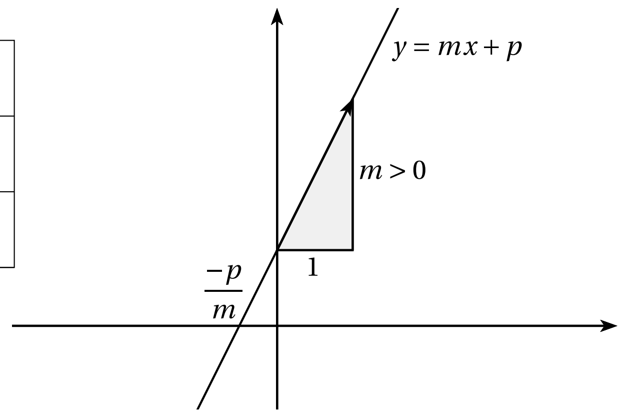
Démonstration 3

Résoudre l'équation $mx + p = 0$.

Le signe d'une fonction affine peut se déterminer de deux manières :

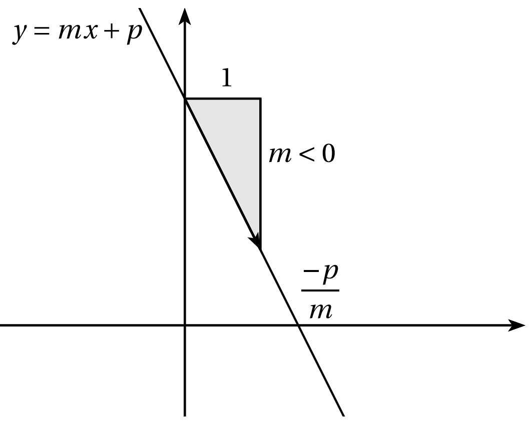
- à partir du tableau de variations et de la solution de l'équation $f(x) = 0$:
  - $m > 0$

x	$-\infty$		$\dfrac{-p}{m}$		$+\infty$
f		↗	0	↗	
$mx+p$		$-$	0	$+$	



  - $m < 0$

x	$-\infty$		$\dfrac{-p}{m}$		$+\infty$
f		↘	0	↘	
$mx+p$		$+$	0	$-$	



- À partir des résolutions d'une inéquation $f(x) > 0$ (ou $f(x) < 0$) et d'une équation $f(x) = 0$.

Exercice 3

Déterminer le signe de l'expression $-2x + 5$ de deux manières, vérifier graphiquement votre résultat.