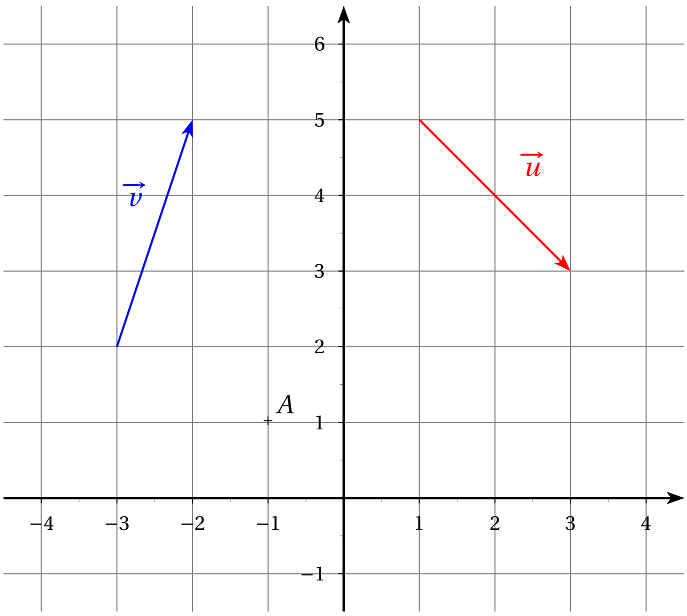
Exercices : Vecteurs et coordonnées

Exercice 1

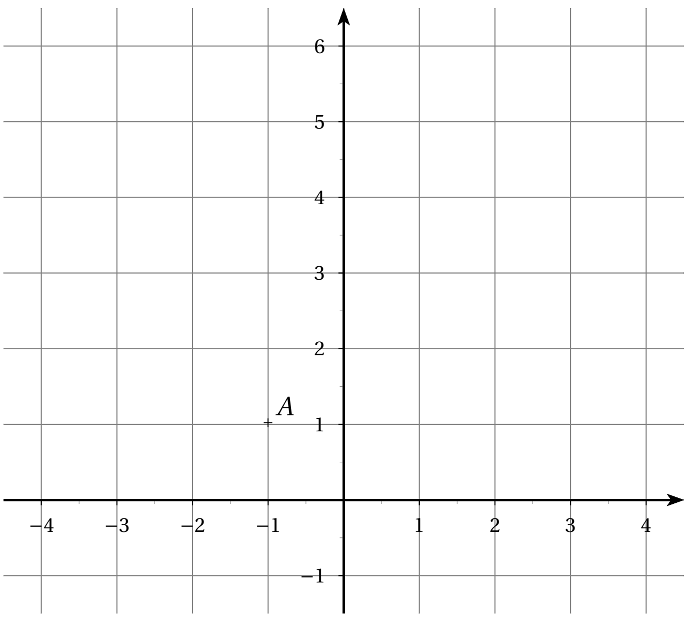
Soit le repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$ et les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, , le point A a pour coordonnées $(-1\,;\,1)$:



1. Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
2. Déterminer les coordonnées des vecteurs :
   (a) $\vec{u}+\vec{v}$
   (b) $-\vec{u}+\vec{v}$
   (c) $-\vec{u}-\vec{v}$
   (d) $\frac{1}{2}\vec{u}+\vec{v}$
   (e) $2\vec{u}+\vec{v}$
   (f) $\frac{1}{2}\left(\vec{u}+\vec{v}\right)$
3. Avec la méthode de votre choix construire les vecteurs suivants d'origine le point A :
   (a) $\vec{u}+\vec{v}$
   (b) $-\vec{u}+\vec{v}$
   (c) $-\vec{u}-\vec{v}$
   (d) $\frac{1}{2}\vec{u}+\vec{v}$
   (e) $2\vec{u}+\vec{v}$
   (f) $\frac{1}{2}\left(\vec{u}+\vec{v}\right)$

Exercice 2

Soit le repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$ suivant, le point A a pour coordonnées $(-1\,;\,1)$:



1. Construire :
   - le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$,
   - le vecteur $\vec{v}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$,
   - le vecteur $\overrightarrow{AB}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}1{,}5\\3\end{pmatrix}$.
2. Quelles sont les coordonnées du vecteur $2\vec{u}-\vec{v}+\frac{1}{3}\vec{w}$.
3. Expliquer comment déterminer les coordonnées du point B.

☞Exercice 3 ✧

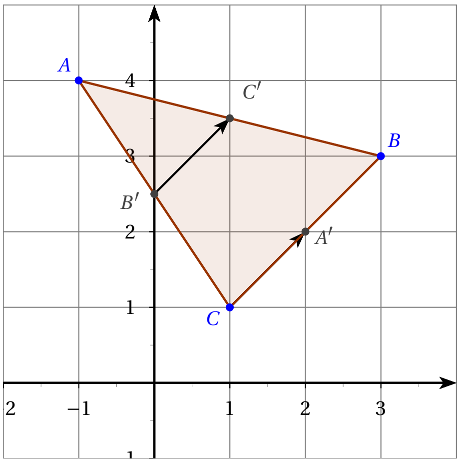
Soit $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$ un repère, dans chaque cas, calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$:

1. $A(3\,;\,5)$ et $B(4\,;\,-1)$,
2. $A(-2\,;\,-1)$ et $B(2,5\,;\,-0,5)$,
3. $A\left(\frac{4}{5}\,;\,\frac{-1}{2}\right)$ et $B\left(\frac{1}{3}\,;\,2\right)$.

Vérifier votre travail avec GeoGebra : dans chaque cas, construire les points A et B, puis le vecteur $\overrightarrow{AB}$, puis lire les coordonnées et vérifier vos calculs.

☞Exercice 4 ✧

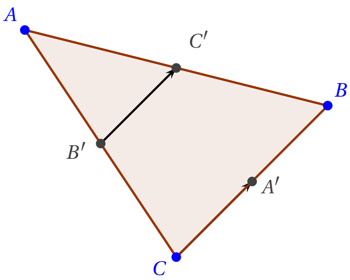
Soit le triangle ABC dans le repère orthonormé suivant et A', B' et C' les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.



1. Lire les coordonnées entières des points A, B et C.
2. Déterminer par le calcul, les coordonnées des points A', B' et C', vérifier graphiquement.
3. En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{B'C'}$ et $\overrightarrow{CA'}$.
4. Que peut-on dire du quadrilatère $B'C'A'C$?

☞Exercice 5 ✧✧

Soit le triangle ABC du plan et le repère $(A\,;\,\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et A', B' et C' les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.



1. Lire les coordonnées entières des points A, B et C.
2. Déterminer par le calcul, les coordonnées des points A', B' et C', vérifier graphiquement.
3. En déduire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{B'C'}$ et $\overrightarrow{CA'}$.
4. Que peut-on dire du quadrilatère $B'C'A'C$?

☞Exercice 6 ✧

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$, soient les points A, B et C de coordonnées respectives $(1\,;\,1)$, $(3\,;\,0)$ et $(2\,;\,3)$.
Quelle est la nature du triangle ABC ?

☞Exercice 7 ✧✧

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$, soient les points $A(1\,;\,1)$, $B(4\,;\,2)$, $C(3\,;\,5)$ et $D(0\,;\,4)$.
Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un carré.

☞**Exercice 8** ✧

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,,\,\overrightarrow{j}\right)$, soient les points $A(-1\,;\,2)$, $B(3\,;\,-1)$ et $C(1\,;\,4)$.
Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ est un parallélogramme.

☞**Exercice 9** ✧

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,,\,\overrightarrow{j}\right)$, soient les points $A(-2\,;\,5)$, $B(1\,;\,-2)$ et $O(2\,;\,3)$.
Déterminer les coordonnées du point E et D tels que $ABCD$ est un parallélogramme de centre I.

☞**Exercice 10** ✧✧✧

On se place dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,,\,\overrightarrow{j}\right)$.

ABC est un triangle tel que A, B et C ait pour coordonnées respectives, $(1\,;\,0)$, $\left(\dfrac{-1}{2}\,;\,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $\left(\dfrac{-1}{2}\,;\,-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

1. Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.
2. Démontrer que le centre du cercle circonscrit du triangle ABC est le point O.
3. On construit les points E, F et G tels que E est le symétrique de A par rapport à B, F est le symétrique de B par rapport à C et G est le symétrique de C par rapport à A.
   Déterminer les coordonnées des points E, F et G et démontrer que EFG est équilatéral.
4. Démontrer que O est aussi le centre du triangle EFG.

☞**Exercice 11** ✧✧✧

Dans un repère orthonormé $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,,\,\overrightarrow{j}\right)$, soient les points A, B de coordonnées respectives $(1\,;\,2)$, $(3\,;\,1)$.
Déterminer les coordonnées du ou des points C du plan tels que ABC soit un triangle rectangle isocèle en A.