

Exercices : Identités remarquables



Tous les exercices peuvent se faire sans calculatrice, entraînez-vous à calculer sans calculatrice.

Exercice 1

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

1. $(x - 2)^2$

4. $(x - 6)(x + 6)$

2. $(x - 3)^2 + (x + 1)^2$

5. $(4x - 9)(4x + 9) - (4x + 9)^2$

3. $(4x - 5)^2 + (7x + 3)^2$

6. $(x + 5)^2 - (x - 10)^2$

Exercice 2

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

1. $8\left(\frac{x}{2} - 1\right)^2$

3. $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

2. $\left(\frac{2}{3}x - \frac{4}{7}\right)^2 - \left(\frac{2x}{3} + \frac{4}{7}\right)^2$

4. $(3x + \sqrt{5})^2$

Exercice 3

Factoriser les expressions suivantes :

1. $16x^2 - 8x + 1$

5. $18x^2 - 32$

2. $36x^2 - 49$

6. $-x^2 + 2x - 1$

3. $x^2 - 2x + 1$

7. $0,16x^2 - 0,25$

4. $x^2 + 10x + 25$

8. $-x^2 + 81$

Exercice 4

Factoriser les expressions suivantes :

1. $\frac{4x^2}{9} - 1$

3. $2x^2 - 3$

2. $25x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{400}$

4. $(4x - 1)^2 - (7x + 5)^2$

Exercice 5

Démontrer que pour tout réel x :

$$x^2 - 4x - 3 = (x - 2)^2 - 7$$

Exercice 6

Démontrer que pour tout réel x :

$$x^2 - x = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} = x(x - 1)$$

Exercice 7

Démontrer que pour tout réel x :

$$x^3 - x = x(x - 1)(x + 1)$$

Remarque $x^3 = x \times x \times x = x \times x^2$

Exercice 8 ✧✧✧

Identité de Gauss

a et b sont des nombres réels,

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) = \frac{1}{2}(a + b + c)[(a - b)^2 + (b - c)^2 + (a - c)^2].$$

Exercice 9 ✧✧✧

Identité de Lagrange

a, b, c, x, y et z sont des nombres réels,

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2.$$

Puis l'identité suivante :

$$(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) = (ax + by + cz)^2 + (ay - bx)^2 + (az - cx)^2 + (bz - cy)^2.$$

Exercice 10 ✧

Résoudre les équations suivantes :

1. $x^2 - 16 = 0$

2. $25x^2 = 64$

3. $x^2 - 2x + 1 = 0$

4. $49x^2 = 14x - 1$

5. $x^2 = 2$

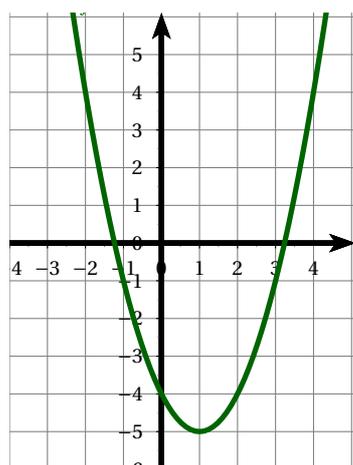
6. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

7. $(x - 2)^2 - (2x + 1)^2 = 0$

8. $x^2 = (-x + 1)^2$

Exercice 11 ✧✧

Soit la fonction f représentée par la courbe \mathcal{C} dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ suivant :



$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto f(x) = x^2 - 2x - 4 \end{aligned}$$

- (a) Résoudre graphiquement $f(x) = -4$
(b) Résoudre algébriquement $f(x) = -4$
- (a) Résoudre graphiquement $f(x) = -5$
(b) Résoudre algébriquement $f(x) = -5$
- (a) Construire la droite représentant la fonction linéaire g :

$$\begin{aligned} g: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto g(x) = -2x \end{aligned}$$

- Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.
- Résoudre algébriquement $f(x) = g(x)$.