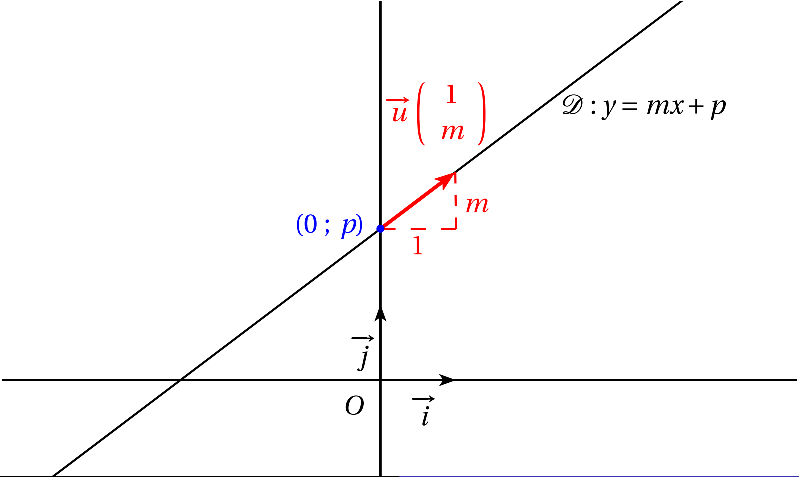
Équation réduite d'une droite

Stéphane Mirbel

Équation réduite

Soit un repère $\left(O\,;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\right)$ du plan.

Une droite $\mathscr{D}$ non parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation unique de la forme $y = mx + p$, où m et p sont deux nombres réels.



Équation réduite et cartésienne

a, b et c sont des réels $b \neq 0$; m et p sont deux réels.

Équations cartésienne	$ax+by+c=0$	
Équation réduite	$y=\dfrac{-a}{b}x-\dfrac{c}{b}$	
Vecteurs directeurs	$\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ \dfrac{-a}{b} \end{pmatrix}$
Coefficient directeur	$\dfrac{-a}{b}$	
Ordonnée à l'origine	$\dfrac{-c}{b}$	

Équations réduite	$y=mx+p$
Équation cartésienne	$mx-y+p=0$
Vecteurs directeurs	$\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$
Coefficient directeur	m
Ordonnée à l'origine	p

Équation réduite et cartésienne - exemple

Soit un repère $\left(O\,;\;\vec{i}\;,\;\vec{j}\right)$ et une droite $\mathscr{D}$ d'équation cartésienne $-3x+2y+1=0$.

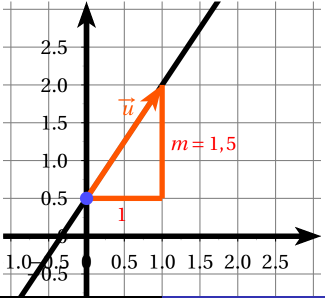
$-3x+2y+1=0 \Longleftrightarrow 2y=3x-1 \Longleftrightarrow y=1,5x-0,5$.

L'équation réduite de la droite $\mathscr{D}$ est $y=1,5x-0,5$.

Les vecteurs colinéaires de coordonnées $\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}1\\1,5\end{pmatrix}$ dirigent la droite $\mathscr{D}$.

Le coefficient directeur (pente) de la droite $\mathscr{D}$ est $m=1,5$.

L'ordonnée à l'origine de la droite $\mathscr{D}$ est $p=0,5$.



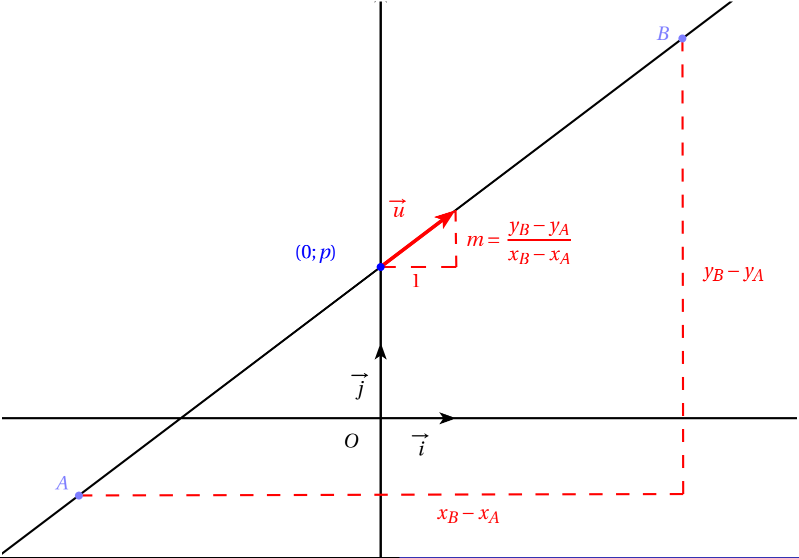
Équation réduite - propriété

Soit un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$ du plan.
Soient les points A et B de coordonnées respectives $(x_A\,;\,y_A)$ et $(x_B\,;\,y_B)$.

- Si $x_A = x_B$ alors la droite (AB) a pour équation $x = x_A$.
- La droite (AB) a pour équation réduire $y = mx + p$ avec $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ (ou $m = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$) et pour ordonnée à l'origine $p = y_A - mx_A$ (ou $p = y_B - mx_B$).

Équation réduite - propriété

- La droite (AB) a pour équation réduire $y = mx + p$ avec $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ (ou $m = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$) et pour ordonnée à l'origine $p = y_A - mx_A$ (ou $p = y_B - mx_B$).



Équation réduite - propriété - exemple

Soit un repère $\left(O\,;\ \overrightarrow{i}\ ,\ \overrightarrow{j}\right)$ et les points A et B de coordonnées respectives $(1\ ;\ -2)$ et $(3\ ;\ 4)$.

On cherche l'équation réduite de la droite (AB) de la forme $y = mx + p$.

La droite est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ colinéaire au vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Ainsi $m = 3$ (on a aussi $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{4-(-2)}{3-1} = 3$).

Les coordonnées de A (ou B) vérifient l'équation, $y_A = mx_A + p$ soit $p = y_A - mx_A = -2 - 3 \times 1 = -5$.

L'équation réduite de la droite (AB) est $y = 3x - 5$.

Remarque : la droite (AB) passe par le point de coordonnées $(0\ ;\ -5)$.

FIN