Calcul littéral

Stéphane Mirbel

Les règles de calculs

$a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$, $d \in \mathbb{R}$ et $k \in \mathbb{R}$ Les dénominateurs b, c ou d ne sont pas nuls	$a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{Z}$ et $k \in \mathbb{R}$ Les dénominateurs a^m ou b^n ne sont pas nuls	$a \in \mathbb{R}_+$, $b \in R_+$ et $n \in \mathbb{Z}$ Le dénominateur b n'est pas nul
Écriture fractionnaire $\frac{a}{d} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{d}$ $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ $k \times \frac{a}{b} = \frac{ka}{b}$ $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ $\frac{1}{\frac{c}{d}} = \frac{d}{c}$ $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$	**Puissance** $a^0 = 1$ $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$ $a^n \times b^n = (ab)^n$ $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ $a^n \times a^m = a^{n+m}$ $\left(a^n\right)^m = a^{nm}$ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	**Racine carrée** $\sqrt{a^2} = a$ $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $\sqrt{a^n} = \left(\sqrt{a}\right)^n$ $\sqrt{a+b} \leqslant \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Écriture fractionnaire	**Puissance**	**Racine carrée**
$\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=\frac{2+5}{3}=\frac{7}{3}$	$5^0=1$	$\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$
$\frac{2}{3}+\frac{5}{4}=\frac{2\times4+5\times3}{3\times4}=\frac{23}{12}$	$\frac{1}{2^3}=2^{-3}$	$\sqrt{2}\sqrt{3}=\sqrt{2\times3}=\sqrt{6}$
$2\times\frac{3}{5}=\frac{2\times3}{5}=\frac{6}{5}$	$2^3\times5^3=(2\times5)^3=10^3=1\,000$	$\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}$
$\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{2\times5}{3\times7}=\frac{10}{21}$	$\frac{2^3}{5^3}=\left(\frac{2}{5}\right)^3$	$\sqrt{2^3}=\left(\sqrt{2}\right)^3$
$\frac{\frac{1}{2}}{3}=\frac{3}{2}$	$2^3\times2^5=2^{3+5}=2^8$	$\sqrt{4+9}=\sqrt{13}\simeq3,6$
	$\left(2^3\right)^5=2^{3\times5}=2^{15}$	$\sqrt{4}+\sqrt{9}=2+3=5$
$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}}=\frac{2\times7}{3\times5}=\frac{14}{15}$	$\frac{2^3}{2^5}=2^{3-5}=2^{-2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$	$\sqrt{4+5}<\sqrt{4}+\sqrt{5}$

Pour x réel strictement positif :

Écriture fractionnaire	**Puissance**	**Racine carrée**
$\frac{2}{x}+\frac{3}{x}=\frac{2+3}{x}=\frac{5}{x}$	$x^0=1$	$\sqrt{(x)^2}=\lvert x\rvert=x$
$\frac{2}{x}+\frac{x}{3}=\frac{2\times 3+x\times x}{x\times 3}=\frac{6+x^2}{3x}$	$\frac{1}{x^2}=x^{-2}$	$\sqrt{2}\sqrt{x}=\sqrt{2x}$
$2\times\frac{3}{x}=\frac{2\times 3}{x}=\frac{6}{x}$	$x^3\times 5^3=(x\times 5)^3=(5x)^3$	$\sqrt{\frac{x^2}{9}}=\frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{9}}=\frac{\lvert x\rvert}{3}=\frac{x}{3}$
$\frac{2}{x}\times\frac{3}{5}=\frac{2\times 3}{5x}=\frac{6}{5x}$	$\frac{x^3}{2^3}=\left(\frac{x}{2}\right)^3$	$\sqrt{x^3}=\left(\sqrt{x}\right)^3$
$\frac{1}{\frac{x}{3}}=\frac{3}{x}$	$x^3\times x^5=x^{3+5}=x^8$	$\sqrt{4+x^2}\leqslant\sqrt{4}+\sqrt{x^2}\leqslant 2+x$
	$\left(x^3\right)^5=x^{3\times 5}=x^{15}$	
$\frac{\frac{x}{3}}{\frac{5}{x}}=\frac{x\times x}{3\times 5}=\frac{x^2}{15}$	$\frac{x^3}{x^5}=x^{3-5}=x^{-2}=\frac{1}{x^2}$	

Les techniques de calcul

- Développer
- Factoriser
- Réduire au même dénominateur
- Scinder une écriture fractionnaire
- (Expression conjuguée)

x est un réel strictement positif.

Montrer que $\dfrac{(x+2)^2}{x} = x+4+\dfrac{4}{x}$:

$$\frac{(x+2)^2}{x} = \frac{x^2+4x+4}{x} \qquad \text{(développement)}$$

$$\frac{(x+2)^2}{x} = \frac{x^2}{x} + \frac{4x}{x} + \frac{4}{x} \qquad \text{(scinder une écriture fractionnaire)}$$

$$\frac{(x+2)^2}{x} = x+4+\frac{4}{x}$$

x est un réel strictement positif.

Montrer que $\dfrac{(x+2)^2}{x} = x+4+\dfrac{4}{x}$:

$$x+4+\frac{4}{x} = \frac{x^2}{x} + \frac{4x}{x} + \frac{4}{x} \qquad \text{(réduction au même dénominateur)}$$

$$x+4+\frac{4}{x} = \frac{x^2+4x+4}{x}$$

$$x+4+\frac{4}{x} = \frac{(x+2)^2}{x} \qquad \text{(factorisation)}$$

x est un réel strictement positif.

Montrer que $\sqrt{x^3} \times \sqrt{x+2+\frac{1}{x}} = x^2 + x$:

$$\sqrt{x^3} \times \sqrt{x+2+\frac{1}{x}} = \sqrt{x^2 \times x} \times \sqrt{\frac{x^2+2x+1}{x}}$$ (réduction au même déno.)

$$\sqrt{x^3} \times \sqrt{x+2+\frac{1}{x}} = \sqrt{x^2} \times \sqrt{x} \times \sqrt{\frac{(x+1)^2}{x}}$$ (factorisation)

$$\sqrt{x^3} \times \sqrt{x+2+\frac{1}{x}} = x\sqrt{x} \times \frac{\sqrt{(x+1)^2}}{\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{x^3} \times \sqrt{x+2+\frac{1}{x}} = x \times (x+1)$$ (factorisation)

$$\sqrt{x^3} \times \sqrt{x+2+\frac{1}{x}} = x^2 + x$$ (développement)

FIN

Temporary page!

LaTeX was unable to guess the total number of pages correctly. As there was some unprocessed data that should have been added t the final page this extra page has been added to receive it.
If you rerun the document (without altering it) this surplus page will go away, because LaTeX now knows how many pages to expec for this document.