

Trigonométrie - Analyse fonctions cosinus et sinus

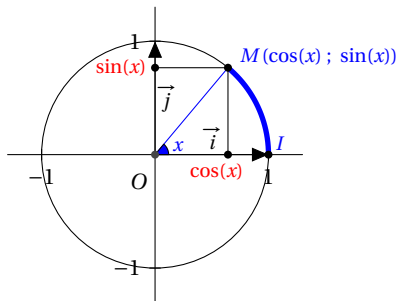
Stéphane Mirbel
www.math-adore.fr

Définition des fonctions cosinus et sinus

Soit un repère **orthonormé** $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On construit le **cercle trigonométrique** et le point I de coordonnées $(0; 1)$.

Soit le point M du cercle trigonométrique, tel que $(\vec{i}; \overrightarrow{OM}) = x$ avec $x \in \mathbb{R}$.



$$\cos : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

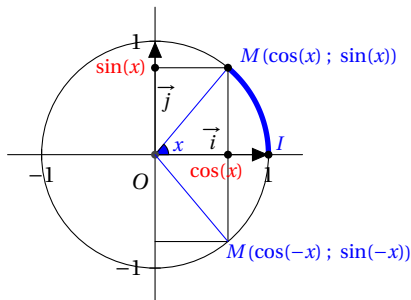
$$x \mapsto y = \cos(x)$$

$$\sin : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = \sin(x)$$

Fonctions cosinus et sinus, propriétés

$\cos : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	$\sin : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
$x \mapsto y = \cos(x)$	$x \mapsto y = \sin(x)$

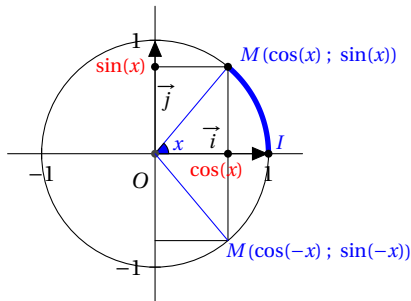


$x \in \mathbb{R} :$

- $-1 \leq \cos(x) \leq 1$ et $-1 \leq \sin(x) \leq 1$
- $\forall k \in \mathbb{Z}, \cos(x + 2k\pi) = \cos(x)$: la fonction cos est périodique de période 2π .
- $\forall k \in \mathbb{Z}, \sin(x + 2k\pi) = \sin(x)$: la fonction sin est périodique de période 2π .
- $\cos(-x) = \cos(x)$: la fonction cos est paire.
- $\sin(-x) = -\sin(x)$: la fonction sin est impaire.

Fonctions cosinus et sinus, propriétés

$\cos : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto y = \cos(x)$	$\sin : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto y = \sin(x)$
---	---



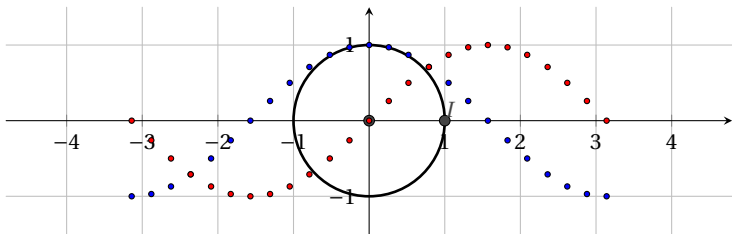
- Les fonctions cos et sin sont périodiques de période 2π :
On peut restreindre l'intervalle d'étude de la fonction à l'intervalle $[-\pi ; \pi]$.
- Les fonctions cos et sin sont respectivement paire et impaire :
On peut restreindre l'intervalle d'étude à $[0 ; \pi]$.

Fonctions cosinus et sinus, courbes

On peut construire la courbe de chacune des fonctions cosinus et sinus, points par points : $x \in \mathbb{R}$, $M(\cos(x) ; \sin(x))$; $C(x ; \cos(x))$; $S(x ; \sin(x))$.

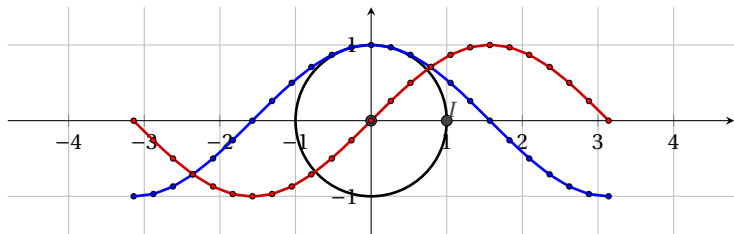
Fonctions cosinus et sinus, courbes

On peut construire la courbe de chacune des fonctions cosinus et sinus, points par points : $x \in \mathbb{R}$, $M(\cos(x) ; \sin(x))$; $C(x ; \cos(x))$; $S(x ; \sin(x))$.



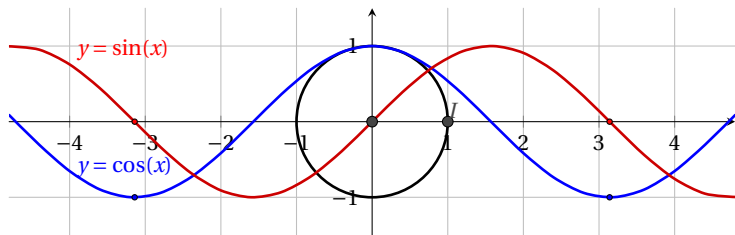
Fonctions cosinus et sinus, courbes

On peut construire la courbe de chacune des fonctions cosinus et sinus, points par points : $x \in \mathbb{R}$, $M(\cos(x) ; \sin(x))$; $C(x ; \cos(x))$; $S(x ; \sin(x))$.



Fonctions cosinus et sinus, courbes

On peut construire la courbe de chacune des fonctions cosinus et sinus, points par points : $x \in \mathbb{R}$, $M(\cos(x) ; \sin(x))$; $C(x ; \cos(x))$; $S(x ; \sin(x))$.



Fonctions cosinus et sinus, courbes

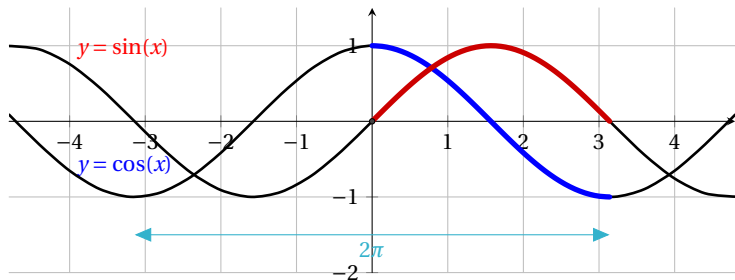
On peut construire la courbe de chacune des fonctions cosinus et sinus, points par points : $x \in \mathbb{R}$, $M(\cos(x) ; \sin(x))$; $C(x ; \cos(x))$; $S(x ; \sin(x))$.

Fonctions cosinus et sinus, courbes

On peut construire la courbe de chacune des fonctions cosinus et sinus, points par points : $x \in \mathbb{R}$, $M(\cos(x) ; \sin(x))$; $C(x ; \cos(x))$; $S(x ; \sin(x))$.

Fonctions cosinus et sinus, propriétés

$\cos: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto y = \cos(x)$	$\sin: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto y = \sin(x)$
--	--



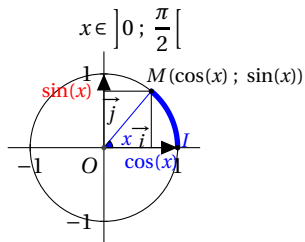
- Les fonctions cos et sin sont périodiques de période 2π :
On peut restreindre l'intervalle d'étude de la fonction à l'intervalle $[-\pi ; \pi]$.
- Les fonctions cos et sin sont respectivement paire et impaire :
On peut restreindre l'intervalle d'étude à $[0 ; \pi]$.

Fonctions cosinus et sinus, dérivabilité

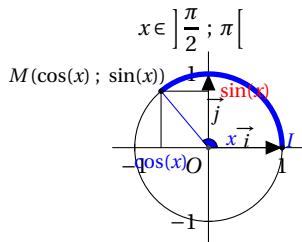
Les fonctions cosinus et sinus sont dérivables sur \mathbb{R} :

fonction	dérivée
$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\sin(x)$	$\cos(x)$

Fonctions cosinus et sinus, variations



$\cos(x) > 0$ et $\sin(x) > 0$



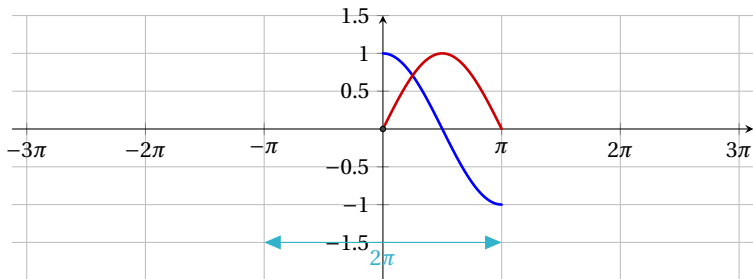
$\cos(x) < 0$ et $\sin(x) > 0$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$-\sin(x)$		-	
$\cos(x)$	1	0	-1

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$	+	0	-
$\sin(x)$	0	1	0

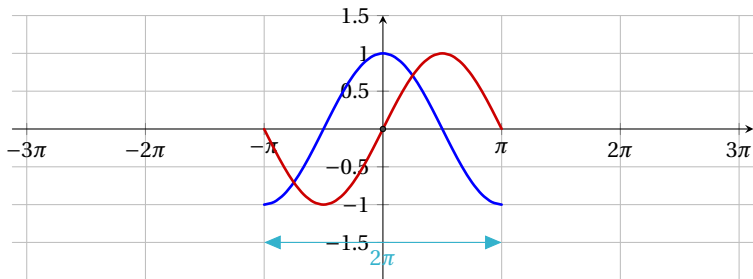
Fonctions cosinus et sinus, propriétés et courbes

$\cos: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto y = \cos(x)$	$\sin: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto y = \sin(x)$
--	--



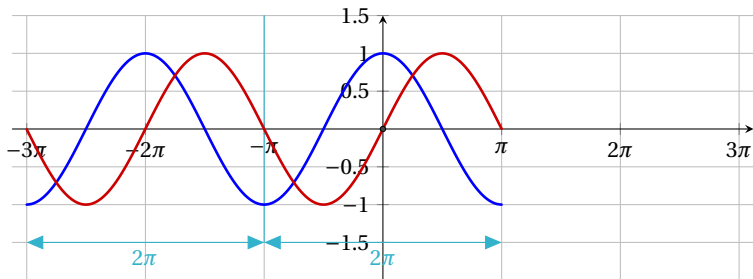
Fonctions cosinus et sinus, propriétés et courbes

$\cos: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	$\sin: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
$x \mapsto y = \cos(x)$	$x \mapsto y = \sin(x)$



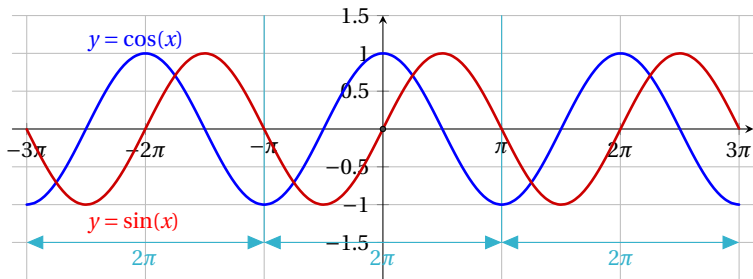
Fonctions cosinus et sinus, propriétés et courbes

$\cos: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto y = \cos(x)$	$\sin: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto y = \sin(x)$
--	--



Fonctions cosinus et sinus, propriétés et courbes

$\cos: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	$\sin: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
$x \mapsto y = \cos(x)$	$x \mapsto y = \sin(x)$



FIN