Somme des termes d’une suite

Stéphane Mirbel
www.math-adore.fr

Sommes des termes d'une suite exemple et notation

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par
$u_n = 1,5n^2 - 2n - 4$.
Les 5 premières valeurs de la suite (u_n) sont :

- $u_0 = -4$
- $u_1 = -4,5$
- $u_2 = -2$
- $u_3 = 3,5$
- $u_4 = 12$

La somme S_4 des 5 premiers termes de la suite (u_n) est :
$S_4 = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = -4 - 4,5 - 2 + 3,5 + 12 = 5$
On note cette somme :

$$S_4 = \sum_{i=0}^{4} u_i = -4 - 4,5 - 2 + 3,5 + 12 = 5$$

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par
$u_n = 1,5n^2 - 2n - 4$.
On peut présenter la somme des termes au fur et à mesure des calculs des termes de la suite (u_n) :

rang n	terme u_n	somme S_n
0	-4	-4
1	$-4,5$	$-8,5$
2	-2	$-10,5$
3	$3,5$	-7
4	12	5

Ainsi

$$S_0 = \sum_{i=0}^{0} u_i = u_0 = -4$$

$$S_1 = \sum_{i=0}^{1} u_i = u_0 + u_1 = -4 - 4,5 = -8,5$$

$$S_2 = \sum_{i=0}^{2} u_i = u_0 + u_1 + u_2 = -4 - 4,5 - 2 = -10,5 \ldots$$

Soit une suite (u_n) définie pour tout entier naturel n.

D'une manière générale, la suite (S_n) de la somme des termes de la suite (u_n) se note :

$$S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$$
$$S_n = \sum_{i=0}^{n} u_i.$$

Sommes des termes d'une suite exemple et notation

Soit la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n non nul par
$v_{n+1} = 0,25v_n^2 + 1$ et $v_1 = 1$.

rang n	terme v_n	somme S_n
1	1	1
2	$1,25$	$2,25$
3	1,390 625	3,640 625

Ainsi

$$S_1 = \sum_{i=1}^{1} v_i = v_1 = 1$$

$$S_2 = \sum_{i=1}^{2} v_i = v_1 + v_2 = 1 + 1,25 = 2,25$$

$$S_3 = \sum_{i=1}^{3} v_i = v_0 + v_1 + v_2 = 1 + 1,25 + 1,390625 = 3,640625...$$

Remarque : $S_3 = S_2 + v_3$.

D'une manière générale, pour tout entier n et $n > 1$ on a
$S_n = S_{n-1} + v_n$.

Sommes des termes d'une suite propriété

Soit une suite (u_n) définie pour tout entier naturel n, on note

$S_n = \sum_{i=0}^{n} u_i = u_0 + u_1 + ... + u_n$

$S_{n+1} = \sum_{i=0}^{n+1} u_i = u_0 + u_1 + ... + u_n + u_{n+1}$

$S_{n+1} = S_n + u_{n+1}$ donc $S_{n+1} - S_n = u_{n+1}$.

- Si pour tout entier naturel n, $u_n < 0$ alors $S_{n+1} - S_n = u_{n+1} < 0$ alors $S_{n+1} < S_n$ et la suite (S_n) est décroissante.
- Si pour tout entier naturel n, $u_n > 0$ alors $S_{n+1} - S_n = u_{n+1} > 0$ alors $S_{n+1} > S_n$ et la suite (S_n) est croissante.

Soit une suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = -0,75^n$ et on note $S_n = \sum_{i=0}^{n} u_i = u_0 + u_1 + ... + u_n$

Pour tout entier naturel n :

- $u_{n+1} - u_n = -0,75^{n+1} + 0,75^n = -0,75 \times 0,75^n + 0,75^n = 0,75^n(-0,75+1) = 0,25 \times 0,75^n$
  $u_{n+1} - u_n > 0$ soit $u_{n+1} > u_n$, la suite (u_n) est croissante.
- $S_{n+1} - S_n = u_{n+1} = -0,75^{n+1}$.
  $S_{n+1} - S_n < 0$ soit $S_{n+1} < S_n$, la suite (S_n) est décroissante.

Soit une suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = -0,75^n$ et on note $S_n = \sum_{i=1}^{n} u_i = u_0 + u_1 + ... + u_n$

rang n	terme u_n	somme S_n
1	$-0,75$	$-0,75$
2	$-0,5625$	$-1,3125$
3	$-0,421875$	$-1,734375$
...	...	...

FIN