Suites définitions et généralités

Stéphane Mirbel
www.math-adore.fr

Suites, définition

Une suite u est une fonction définie dans un ensemble $\mathbb{A}$ inclus dans l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$:

$$u : \begin{array}{rcl} \mathbb{A} \subseteq \mathbb{N} & \to & \mathbb{R} \\ n & \mapsto & u(n) \end{array}$$

Le terme $u(n)$, image de n par u, est le plus souvent noté u_n.

La suite u peut être notée (u_n).

Suites, exemple et calculs de termes

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{array}{rccl} u: & \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & n & \longmapsto & u(n) = 1,5n^2 - 2n - 4 \end{array}$$

On note généralement $u_n = 3n^2 - 2n - 4$.
Les 5 premières valeurs de la suite (u_n) sont :

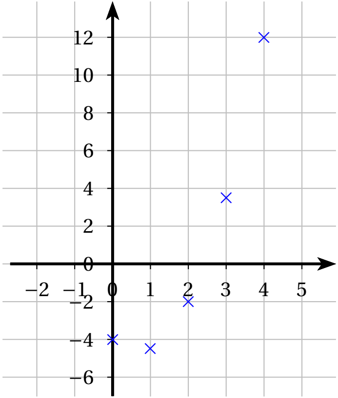
- $u_0 = 1,5 \times 0^2 - 2 \times 0 - 4 = -4$
- $u_1 = 1,5 \times 1^2 - 2 \times 1 - 4 = -4,5$
- $u_2 = 1,5 \times 2^2 - 2 \times 2 - 4 = -2$
- $u_3 = 1,5 \times 3^2 - 2 \times 3 - 4 = 3,5$
- $u_4 = 1,5 \times 4^2 - 2 \times 4 - 4 = 12$

Suites, exemple et représentation graphique

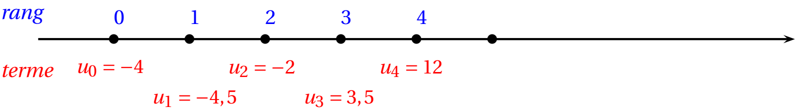
Soit la suite (u_n) précédente définie pour tout entier naturel n par :
$u_n = 1,5n^2 - 2n - 4$.

- $u_0 = -4$
- $u_1 = -4,5$
- $u_2 = -2$
- $u_3 = 3,5$
- $u_4 = 12$

Une représentation d'une suite dans un repère $\left(O\,;\ \overrightarrow{i}\ ,\ \overrightarrow{j}\right)$ est l'ensemble des points de coordonnées $(n\,;\ u_n)$.

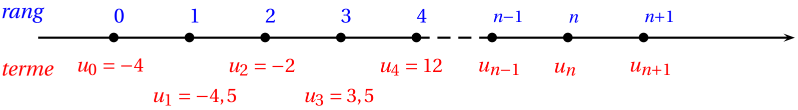


Soit la suite (u_n) précédente : Pour tout entier naturel n :
$u_n = 1,5n^2 - 2n - 4$.
Schéma :



Suites, exemples de rangs

Soit la suite précédente : Pour tout entier naturel n :
$u_n = 1,5n^2 - 2n - 4$.
Schéma :



On connait u_n en fonction de n, on peut calculer u_{n-1} et u_{n+1} en fonction de n :

- $u_{n-1} = 1,5(n-1)^2 - 2(n-1) - 4 = 1,5n^2 - 5n - 0,5$
- $u_{n+1} = 1,5(n+1)^2 - 2(n+1) - 4 = 1,5n^2 + n - 4,5$

Attention, ne pas confondre u_{n-1} et $u_n - 1$.
Attention, ne pas confondre u_{n+1} et $u_n + 1$.

Suites définies par récurrence, définition

Une suite (u_n) est définie par **récurrence** s'il existe une fonction f telle que pour tout entier naturel n du domaine de définition de la suite (u_n) :

$u_{n+1} = f(u_n)$ ou $u_{n+1} = f(n, u_n)$ ou $u_{n+2} = f(u_n, u_{n+1})$...

Exemple de suites définies sur $\mathbb{N}$ par récurrence :

- $v_{n+1} = 0,25v_n^2 + 1$ la fonction f a pour expression $f(x) = 0,25x^2 + 1$.
- $w_{n+1} = 3n + w_n^2$ la fonction f a pour expression $f(n,x) = 3n + x^2$.
- $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ la fonction g a pour expression $g(x,y) = x + y$.

Suites définies par récurrence, exemples et calculs de termes

Soit la suite définie pour tout entier naturel n par :
$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ et $F_0 = 1$ et $F_1 = 1$.
Les 5 premières valeurs de la suite (F_n) sont :

- $F_0 = 1$ (donné dans la définition de la suite (F_n)).
- $F_1 = 1$ (donné dans la définition de la suite (F_n)).

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

- $F_2 = F_{0+2} = F_{0+1} + F_0 = F_1 + F_0 = 1 + 1 = 2$
- $F_3 = F_{1+2} = F_{1+1} + F_1 = F_2 + F_1 = 2 + 1 = 3$
- $F_4 = F_{2+2} = F_{2+1} + F_2 = F_3 + F_2 = 3 + 2 = 5$

Suites définies par récurrence, exemples et calculs de termes

Soit la suite définie pour tout entier naturel n non nul par :
$w_{n+1} = 3n + w_n^2$ et $w_1 = 2$.
Les 5 premières valeurs de la suite (w_n) sont :

- $w_1 = 2$ (donné dans la définition de la suite (w_n)).

  $w_{n+1} = 3n + {w_n}^2$
- $w_2 = w_{1+1} = 3 \times 1 + {w_1}^2 = 3 + 2^2 = 7$
- $w_3 = w_{2+1} = 3 \times 2 + {w_2}^2 = 6 + 7^2 = 55$
- $w_4 = w_{3+1} = 3 \times 3 + {w_3}^2 = 9 + 55^2 = 3\,034$
- $w_5 = w_{4+1} = 3 \times 4 + {w_4}^2 = 12 + 3\,034^2 = 9\,205\,168$

Suites définies par récurrence, exemples et calculs de termes

Soit la suite définie pour tout entier naturel n par :
$v_{n+1} = 0,25v_n^2 + 1$ et $v_0 = 0$.
Les 5 premières valeurs de la suite (u_n) sont :

- $v_0 = 0$ (donné dans la définition de la suite (v_n)).

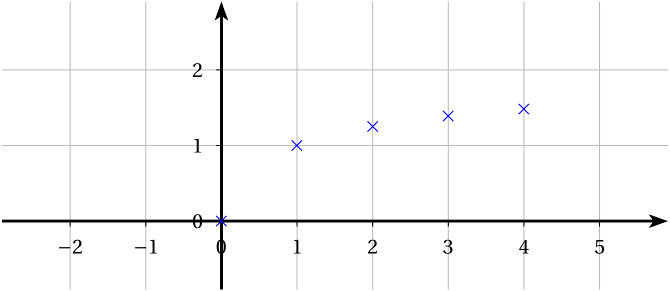
  $v_{n+1} = 0,25{v_n}^2 + 1$
- $v_1 = v_{0+1} = 0,25v_0^2 + 1 = 1$
- $v_2 = v_{1+1} = 0,25v_1^2 + 1 = 0,25 \times 1^2 + 1 = 1,25$
- $v_3 = v_{2+1} = 0,25v_2^2 + 1 = 0,25 \times 1,25^2 + 1 = 1{,}390\,625$
- $v_4 = v_{3+1} = 0,25v_3^2 + 1 = 0,25 \times 1{,}390\,625^2 + 1 \simeq 1{,}48$

Suites définies par récurrence, exemples et représentation graphique

Soit la suite définie pour tout entier naturel n par :
$v_{n+1} = 0,25v_n^2 + 1$ et $v_0 = 0$.

- $v_0 = 0$
- $v_1 = 1$
- $v_2 = 1,25$
- $v_3 = 1,390625$
- $v_4 \simeq 1,48$

Une représentation d'une suite dans un repère $\left(O\,;\ \overrightarrow{i}\ ,\ \overrightarrow{j}\right)$ est l'ensemble des points de coordonnées $(n\,;\ u_n)$.

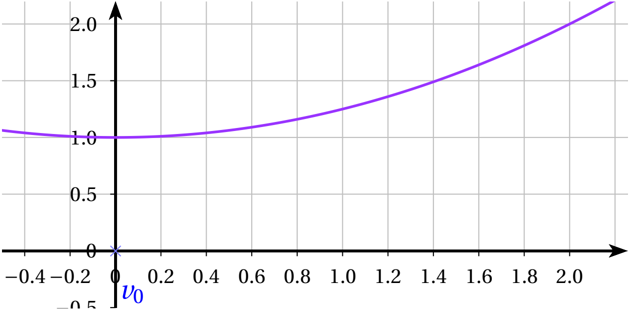


Suites définies par récurrence, exemples et représentation graphique

Soit la suite définie pour tout entier naturel n par :
$v_{n+1} = 0,25v_n^2 + 1$ et $v_0 = 0$.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,25x^2 + 1$.

- $v_0 = 0$
- $v_1 = 1$
- $v_2 = 1,25$
- $v_3 = 1,390625$
- $v_4 \simeq 1,48$

Une représentation d'une suite dans un repère $\left(O\,;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\right)$ à partir de courbe de la fonction f :



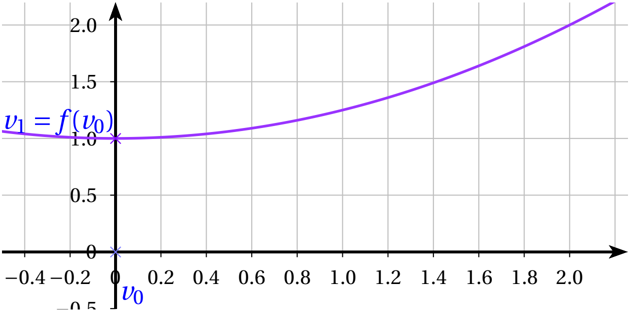
Soit la suite définie pour tout entier naturel n par :

$v_{n+1} = 0,25 v_n^2 + 1$ et $v_0 = 0$.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,25x^2 + 1$.

- $v_0 = 0$
- $v_1 = 1$
- $v_2 = 1,25$
- $v_3 = 1,390625$
- $v_4 \simeq 1,48$

Une représentation d'une suite dans un repère $\left(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ à partir de courbe de la fonction f :

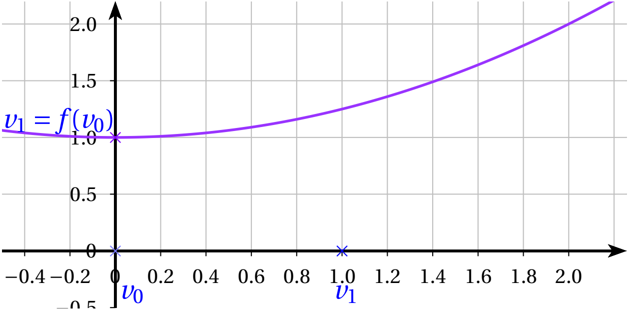


Suites définies par récurrence, exemples et représentation graphique

Soit la suite définie pour tout entier naturel n par :
$v_{n+1} = 0,25v_n^2 + 1$ et $v_0 = 0$.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,25x^2 + 1$.

- $v_0 = 0$
- $v_1 = 1$
- $v_2 = 1,25$
- $v_3 = 1,390625$
- $v_4 \simeq 1,48$

Une représentation d'une suite dans un repère $\left(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\right)$ à partir de courbe de la fonction f :

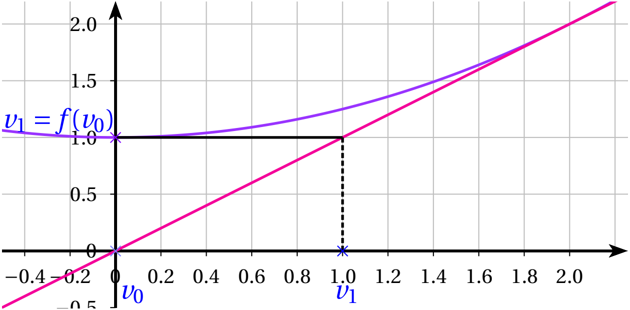


Suites définies par récurrence, exemples et représentation graphique

Soit la suite définie pour tout entier naturel n par :
$v_{n+1} = 0,25v_n^2 + 1$ et $v_0 = 0$.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,25x^2 + 1$.

- $v_0 = 0$
- $v_1 = 1$
- $v_2 = 1,25$
- $v_3 = 1,390625$
- $v_4 \simeq 1,48$

Une représentation d'une suite dans un repère $\left(O ; \vec{i}, \vec{j}\right)$ à partir de courbe de la fonction f :

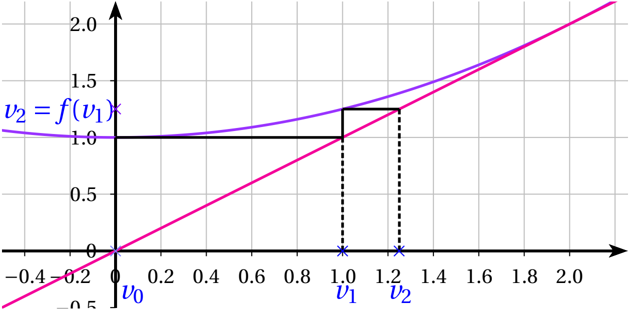


Suites définies par récurrence, exemples et représentation graphique

Soit la suite définie pour tout entier naturel n par :
$v_{n+1} = 0,25v_n^2 + 1$ et $v_0 = 0$.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,25x^2 + 1$.

- $v_0 = 0$
- $v_1 = 1$
- $v_2 = 1,25$
- $v_3 = 1,390625$
- $v_4 \simeq 1,48$

Une représentation d'une suite dans un repère $\left(O\,;\ \overrightarrow{i}\ ,\ \overrightarrow{j}\right)$ à partir de courbe de la fonction f :

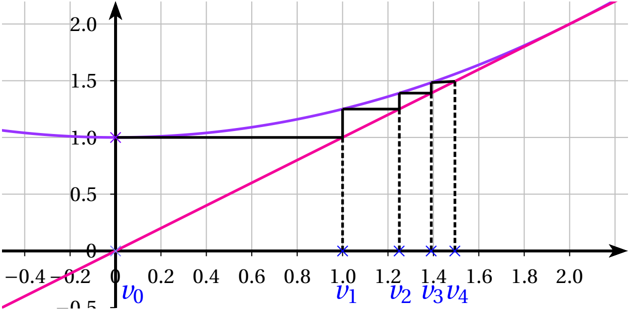


Suites définies par récurrence, exemples et représentation graphique

Soit la suite définie pour tout entier naturel n par :
$v_{n+1} = 0,25v_n^2 + 1$ et $v_0 = 0$.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,25x^2 + 1$.

- $v_0 = 0$
- $v_1 = 1$
- $v_2 = 1,25$
- $v_3 = 1,390625$
- $v_4 \simeq 1,48$

Une représentation d'une suite dans un repère $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$ à partir de courbe de la fonction f :

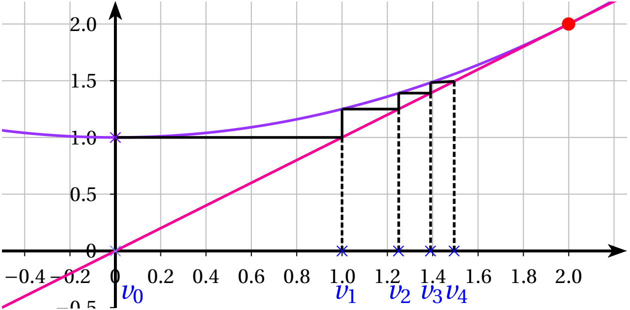


Suites définies par récurrence, exemples et représentation graphique

Soit la suite définie pour tout entier naturel n par :
$v_{n+1} = 0,25v_n^2 + 1$ et $v_0 = 0$.
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 0,25x^2 + 1$.

- $v_0 = 0$
- $v_1 = 1$
- $v_2 = 1,25$
- $v_3 = 1,390625$
- $v_4 \simeq 1,48$

Une représentation d'une suite dans un repère $\left(O\,;\,\overrightarrow{i}\,,\,\overrightarrow{j}\right)$ à partir de courbe de la fonction f :



FIN