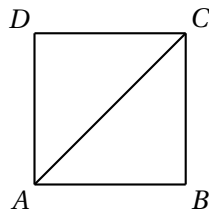




I. Introduction

Activité 1 ✦



$ABCD$ est un carré et d'aire 2, calculer la longueur d'un côté du carré.

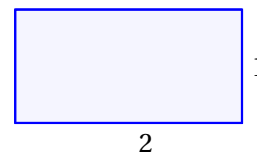
II. Approximation de $\sqrt{2}$

Exercice 1 ✦✦

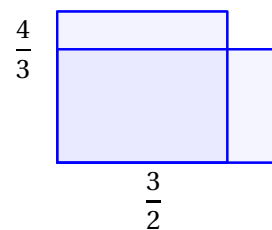
Héron d'Alexandrie (grec), I^{er} siècle apr. J.-C., propose un algorithme pour l'approximation de $\sqrt{2}$.

Une approche géométrique permet d'en comprendre le principe, nous n'en ferons pas de démonstration.

- **Étape 0** : Soit un rectangle de côté $a_0 = 1$ et $b_0 = 2$. Les étapes suivantes permettent d'approcher un carré de même aire que le rectangle :

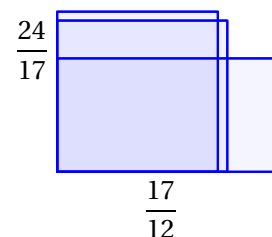


- **Étape 1** : À partir du rectangle de côté $a_0 = 1$ et $b_0 = 2$, on construit le rectangle de côté $a_1 = \frac{a_0 + b_0}{2}$ et $b_1 = \frac{2}{a_1}$.



1. À partir des expressions, retrouver le calcul des longueurs a_1 et b_1 .
2. Vérifier que l'aire du nouveau rectangle est 2.

- **Étape 2** : En procédant comme précédemment, on construit le rectangle de côté $a_2 = \frac{a_1 + b_1}{2}$ et $b_2 = \frac{2}{a_2}$:



1. À partir des expressions, retrouver le calcul des longueurs a_2 et b_2 .
2. Vérifier que l'aire du nouveau rectangle est 2.

- **Cas général** : À la n^e étape écrire a_n puis b_n , n est un entier supérieur ou égal à 1. On admet $a_n < \sqrt{2} < b_n$ et que pour n assez grand, a_n et b_n très proches de $\sqrt{2}$ (comme le suggère la figure). Écrire un algorithme qui permet de calculer a_n et b_n tant que $|b_n - a_n| > 10^{-15}$.

1. Mise en place sur tableur :

	A	B	C	D
1	n	a_n	b_n	$ b_n - a_n $
2	0	1	2	
3	1			
4	2			
5	3			

- Quelle formule doit-on saisir en cellule D2 afin de compléter le tableau par un glisser-coller vers le bas.
- Quelle formule doit-on saisir en cellule B3 puis en cellule C3 afin de compléter le tableau par un glisser-coller vers le bas.
- Réaliser le tableau sur une feuille de calcul et répondre à la question.

2. Compléter l'algorithme sur Python :

```

1  #approximation racine 2
2
3  from math import *           #importation des fonctions mathématiques
4
5  def approxi(e):             #la fonction approxi dépend d'un paramètre e
6      n=...                   #initialisation de l'indice n
7      a=...                   #initialisation de la variable a
8      b=...                   #initialisation de la variable b
9      while abs(b-a) ...pow(10,e): #boucle, abs pour valeur absolue et pow pour puissance
10         n=...               #calcul de n
11         a=...               #calcul de a
12         b=...               #calcul de b
13     return a,b,n           #fin de la fonction retourne les dernières valeurs de a, b et n
14
15 print (approx(-15))

```

racine2.py

