

Probabilité conditionnelle : tableau

S.Mirbel

Sujet de l'exercice :

Soit deux événements A et B non vides, on note \bar{A} et \bar{B} leur événement contraire.

Rappel :

- $P(\bar{A}) = 1 - p(A)$.
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

On donne le tableau des effectifs associés aux événements A et B et leur contraire.

	A	\bar{A}	total
B	60	90	150
\bar{B}	120	130	250
total	180	220	400

Les questions seront posées au fur et à mesure, et pour tout l'exemple nous étudions un cas d'équiprobabilité

	A	\bar{A}	total
B	60	90	150
\bar{B}	120	130	250
total	180	220	400

- 1 Calculer $P(A)$, $P(B)$.
- 2 Calculer de deux manières $P(\bar{A})$. Calculer $P(\bar{B})$

	A	\bar{A}	total
B	60	90	150
\bar{B}	120	130	250
total	180	220	400

- ① $P(A) = \frac{180}{400} = 0,45$; $P(B) = \frac{150}{400} = 0,375$.
- ②
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,55$
 - $P(\bar{A}) = \frac{220}{400} = 0,55$
 - $P(\bar{B}) = 0,625$

	A	\bar{A}	total
B	60	90	150
\bar{B}	120	130	250
total	180	220	400

- 1 Calculer $P(A \cap B)$ (probabilité de A et B : intersection de A et B).
- 2 Calculer de trois manières $P(A \cup B)$ (probabilité de A ou B : union ou réunion de A et B).

	A	\bar{A}	total
B	60	90	150
\bar{B}	120	130	250
total	180	220	400

① $P(A \cap B) = \frac{60}{400} = 0,15 ;$

② • $P(A \cup B) = \frac{180 + 150 - 60}{400} = \frac{270}{400} = 0,675$

• $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{180}{400} + \frac{150}{400} - \frac{60}{400} = \frac{270}{400} = 0,675$

• $P(A \cup B) = \frac{180 + 90}{400} = \frac{270}{400} = 0,675$

	A	\bar{A}	total
B	60	90	150
\bar{B}	120	130	250
total	180	220	400

- 1 Calculer de deux manières $P_A(B)$ (probabilité de B sachant (ou parmi) A) et calculer $P_B(A)$.
- 2 Montrer que $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$.

	A	\bar{A}	total
B	60	90	150
\bar{B}	120	130	250
total	180	220	400

- 1 • $P_A(B) = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$;
 - $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{60}{400}}{\frac{180}{400}} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$.
 - $P_B(A) = \frac{60}{150} = 0,4$
- 2 $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = \frac{60}{180} + \frac{120}{180} = \frac{180}{180} = 1$

- La relation fondamentale : $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ (A est non vide)
soit $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$
- Une première propriété : $P_A(B) + P_A(\overline{B}) = 1$
- Ne pas confondre $P_A(B)$ et $P(A \cap B)$.