

Probabilité conditionnelle : arbre

S.Mirbel

Sujet de l'exercice :

Soit deux événements A et B non vides, on note \bar{A} et \bar{B} leur événement contraire.

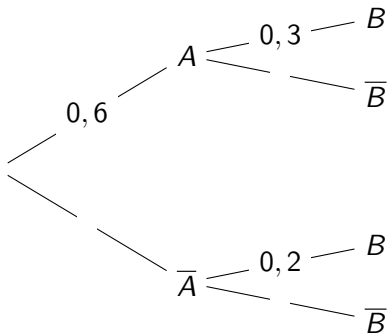
Rappel :

- $P(\bar{A}) = 1 - p(A)$.
- $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \iff P(A) \times P_A(B) = P(A \cap B)$.
- $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$

Les questions seront posées au fur et à mesure

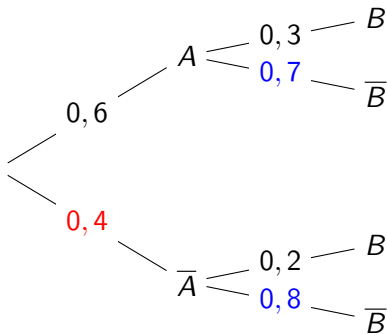
Exemple : compléter un arbre pondéré

Compléter l'arbre pondéré de probabilité suivant :



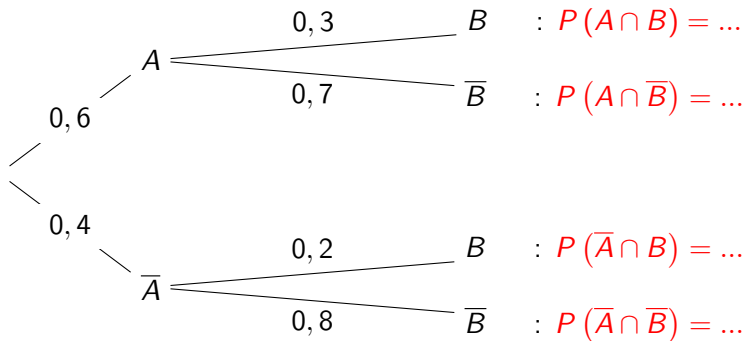
Exemple : compléter un arbre pondéré

- $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
- $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$ ou $P_{\bar{A}}(B) + P_{\bar{A}}(\bar{B}) = 1$



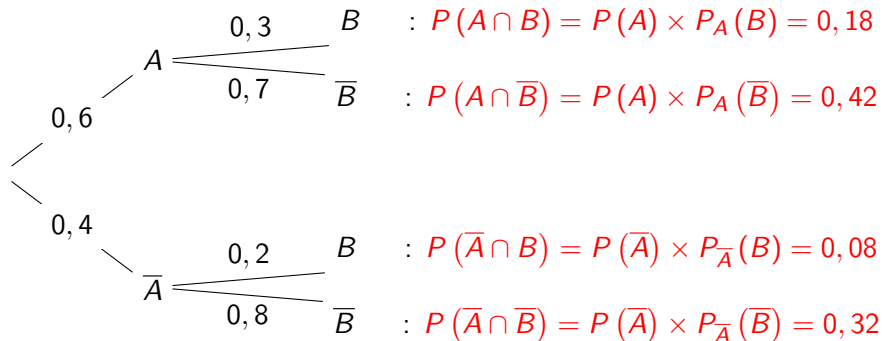
Exemple : intersection

Calculer $P(A \cap B)$, $P(A \cap \bar{B})$, $P(\bar{A} \cap B)$, $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.



Exemple : intersection

$$P(A) \times P_A(B) = P(A \cap B)$$



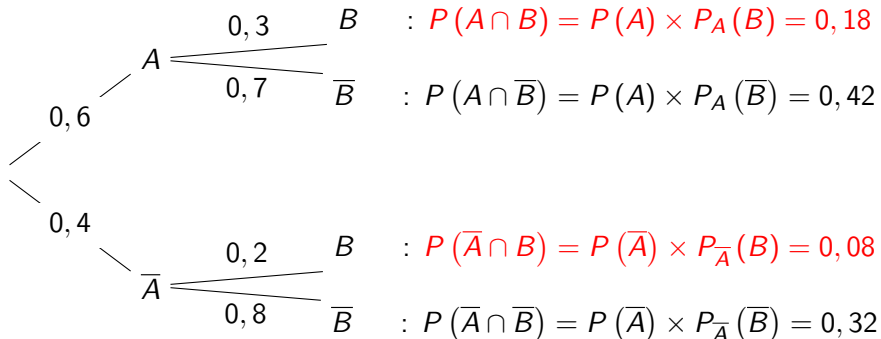
Remarque :

$$P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1$$

Les événements $A \cap B$, $A \cap \bar{B}$, $\bar{A} \cap B$, $\bar{A} \cap \bar{B}$ sont disjoints et ils forment l'univers (ils sont une partition de l'univers)

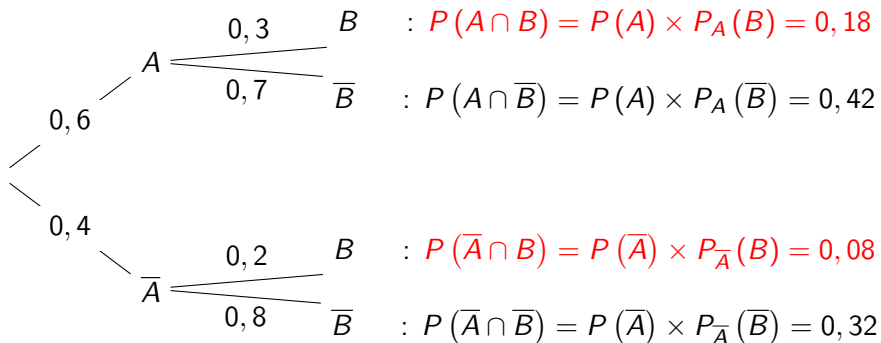
Exemple : probabilité totale

Calculer $P(B)$.



Exemple : probabilité totale

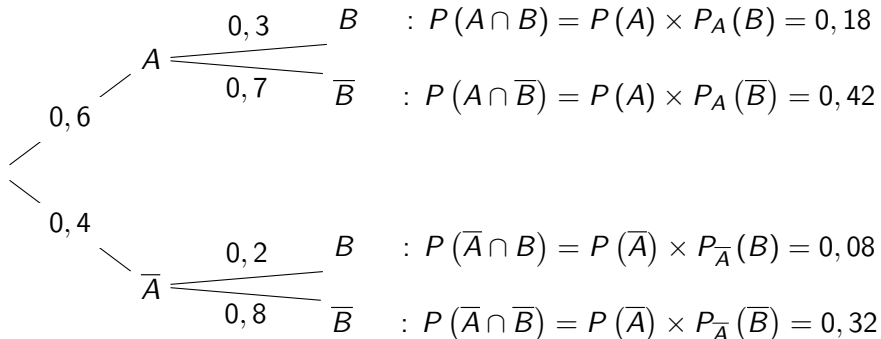
- $A \cap B$ et $\bar{A} \cap B$ sont disjoints et ils forment B (ils sont une partition de B).
- $P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)$.



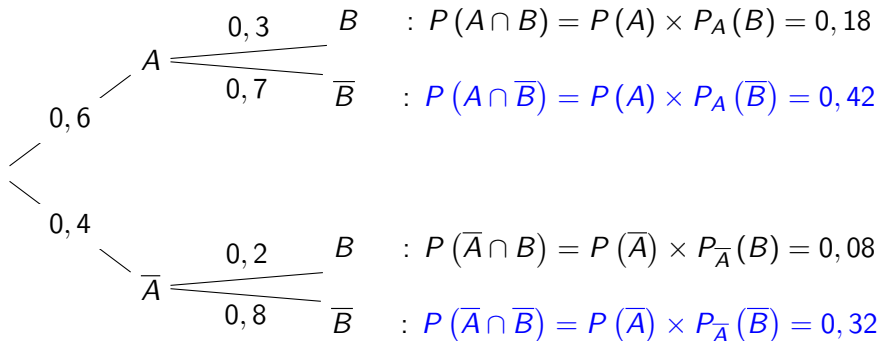
$$P(B) = 0,18 + 0,08 = 0,26.$$

Exemple : probabilité totale

Calculer de deux manières $P(\bar{B})$.



Exemple : probabilité totale



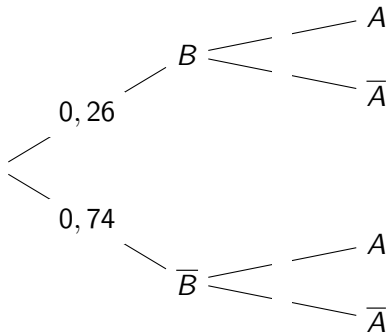
- Avec l'arbre :

$$P(\bar{B}) = P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,42 + 0,32 = 0,74$$

- Avec son contraire : $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,26 = 0,74$

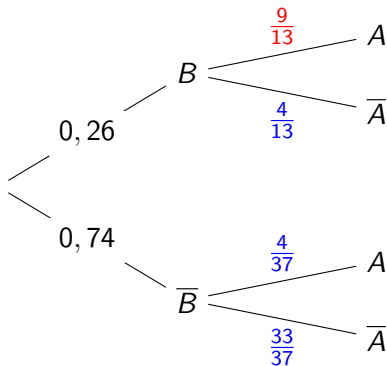
Exemple : arbre contraire

Calculer $P_B(A)$.



Exemple : arbre contraire

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



$$P_B(A) = \frac{0,18}{0,26} = \frac{9}{13}$$