✧ Parcours différenciés : Second degré ✧

Objectif 1 : savoir faire les exercices ✧, tenter les exercices ✧✧.
Objectif 2 : savoir faire les exercices ✧, les exercices ✧✧, tenter les exercices ✧✧✧.
Objectif 3 : savoir faire les exercices ✧ (si possible mentalement), les exercices ✧✧ et les exercices ✧✧✧ et prendre des initiatives.
savoir faire : travail autonome avec des stratégie d'auto-correction.
tenter : travail de recherche, précision (par écrit) des pistes engagées, réflexion sur les résultats éventuellement établis.
prendre des initiatives : étendre l'exercice à une réflexion personnelle pour prolonger le travail réalisé (recherches documentaires, se poser des questions et y répondre, trouver d'autres solutions pour une même question).

Tous les exercices peuvent se faire sans calculatrice, entraînez vous à calculer sans calculatrice.

I. Résolutions d'équations

☞Exercice 1 ✧

Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

1. $2x^2+3x+5=0$
2. $2x^2+3x-5=0$
3. $(2x+3)(-x+1)=0$
4. $16x^2-8x+1=0$
5. $x^2-2x=3$
6. $x(-x^2-x+2)=0$

☞Exercice 2 ✧✧

Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

1. $-3x^2+x+5=0$
2. $(16x^2-25)(x^2+3x-4)=0$
3. $\dfrac{x^2}{5}=\dfrac{2x}{3}+1$
4. $\dfrac{x}{x+1}=x$
5. $\dfrac{x}{x^2-1}-1=0$
6. $3x+4-\dfrac{1}{x}=0$

II. Résolution d'inéquations

☞Exercice 3 ✧

Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

1. $x^2-3x+4>0$
2. $-5x^2-3x+2\geqslant 0$
3. $25x^2\geqslant 49$
4. $(2x+1)(-x+1)\leqslant 0$

☞Exercice 4 ✧✧

Résoudre dans ℝ les équations suivantes :

1. $x(x^2-4)>0$
2. $x^2+x<0$
3. $\dfrac{x+1}{x}\geqslant\dfrac{x}{4}$

III. Étude de fonction du second degré

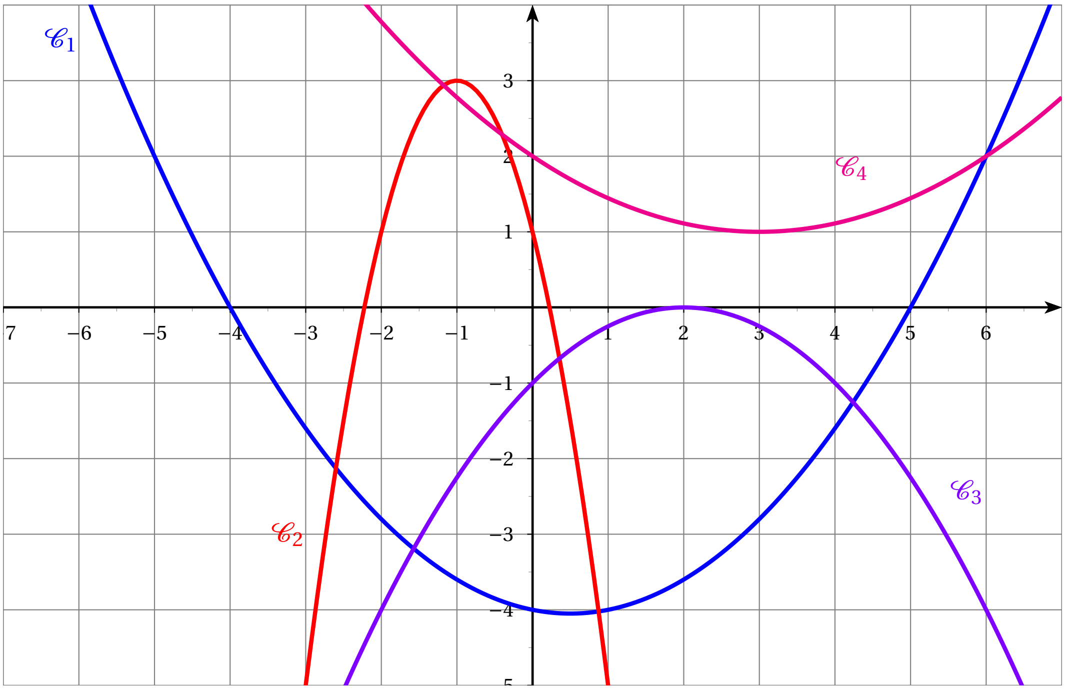
☞Exercice 5 ✧

Dans chacun des cas, déterminer le tableau de variations de la fonction polynômes f_i i est un entier variant de 1 à 4.

1. $f_1(x) = -2(x+5)^2 + 7$
2. $f_2 = (x-1)(x+4)$
3. $f_3 = (2x-1)(1-3x)$
4. $f_4 = 4x^2 - 2x - 5$

☞Exercice 6 ✧

Les paraboles $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$ du repère orthogonal ci-dessous représentent respectivement les fonctions f_1, f_2, f_3, f_4.



1. Dans chaque cas, déterminer le signe du discriminant Δ_1, Δ_2, Δ_3 et Δ_4 associés aux fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4.
2. Dans chaque cas, déterminer le signe du coefficient a_1, a_2, a_3 et a_4 associés aux termes de x^2 des expressions des fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4. Ranger dans l'ordre croissant $|a_1|$, $|a_2|$, $|a_3|$ et $|a_4|$.
3. Avec les indications de la lecture graphique, déterminer les expressions des fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4 et vérifier les résultats des deux premières questions.

☞Exercice 7 ✧

Reprendre le graphique de l'exercice 6.
Les paraboles $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$ du repère orthogonal de l'exercice 6 représentent respectivement les fonctions f_1, f_2, f_3, f_4.
Par lecture graphique déterminer le tableau de signe des fonction f_1, f_2, $f3$ et $f4$.

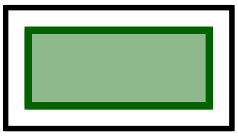
☞Exercice 8 ✧

Reprendre le graphique de l'exercice 6.
Les paraboles $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$ du repère orthogonal de l'exercice 6 représentent respectivement les fonctions f_1, f_2, f_3, f_4.
Par lecture graphique déterminer le tableau de variations des fonction f_1, f_2, $f3$ et $f4$.

IV. Problèmes faisant intervenir le second degré

☞**Exercice 9** ✧

On souhaite faire un jardin sur un terrain rectangulaire de côté 30 m et 16 m.
Dans ce terrain, on prévoit de faire une allée de largeur x m qui fait le tour du jardin.



Quelle doit être la largeur de l'allée pour que son aire soit égale à celle du jardin ?

☞**Exercice 10** ✧✧

Deux cyclistes C_1 et C_2 partent en même temps de Limoges. Ils vont à Saint Yrieix la Perche, les deux villes étant distantes de 42 km.
Le premier C_1 roule 6 km.h^{-1} de plus que le second C_2, il arrive à Saint Yrieix la Perche 21 minutes avant le second.
Quelles sont les vitesses de chacun des cyclistes.

V. Pour aller plus loin

☞**Exercice 11** ✧✧✧

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $5x^4 - 4x^2 = 1$
On pourra poser $X = x^2$ puis résoudre l'équation $4X^2 - 4X = 1$, puis trouver x.

☞**Exercice 12** ✧✧✧

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^3 - x^2 + x - 1 = 0$
On pourra déterminer une racine évidente γ, puis chercher les coefficient réels a, b et c tels que
$x^3 - x^2 + x - 1 = (x - \gamma)(ax^2 + bx + c)$.

☞**Exercice 13** ✧✧✧

La suite (u_n) est définie par $u_{n+1} = 1 + \dfrac{1}{u_n}$ et $u_0 = 1$.
On pose la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + \dfrac{1}{x}$.
Les trois questions suivantes sont des conjectures.

1. Sur GeoGebra, vérifier graphiquement que la suite converge vers Φ (choisir le type de graphique le plus approprié).
2. Faire un programme en Python ou réaliser un tableau sur tableur qui donne les valeurs approchées de u_n pour n variant de 1 à 100.
3. Résoudre $f(x) = x$ et déterminer la valeur exacte de Φ.

Correction

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $2x^2+3x+5=0$
   $\Delta = 3^2-4\times 2\times 5=-31$
   $\Delta<0$ donc l'équation n'a pas de solution réelle.

2. $2x^2+3x-5=0$
   $\Delta = 3^2-4\times 2\times(-5)=49$
   $\sqrt{\Delta}=7$.
   $\Delta>0$ donc l'équation a deux solutions réelles :
   $x_1=\dfrac{-3-7}{2\times 2}=\dfrac{-5}{2}=-2,5$,
   $x_2=\dfrac{-3+7}{2\times 2}=2$.
   L'ensemble solutions de l'équation est $\left\{-\dfrac{5}{2}\ ;\ 2\right\}$.

3. $(2x+3)(-x+1)=0$
   $2x+3=0$ ou $-x+1=0$ soit $x=\dfrac{-3}{2}=-1,5$ ou $x=1$.
   L'ensemble solutions de l'équation est $\left\{-\dfrac{3}{2}\ ;\ 1\right\}$.

4. $16x^2-8x+1=0 \iff (4x-1)^2=0$.
   $4x-1=0 \iff x=\dfrac{1}{4}=0,25$.
   L'ensemble solutions de l'équation est $\left\{\dfrac{1}{4}\right\}$.

5. $x^2-2x=3 \iff x^2-2x-3=0$
   $\Delta=(-2)^2-4\times(-3)\times 1=16$
   $\sqrt{\Delta}=4$.
   $\Delta>0$ donc l'équation a deux solutions réelles :
   $x_1=\dfrac{-(-2)-4}{2\times 1}=-1$,
   $x_2=\dfrac{-(-2)+4}{2\times 1}=3$.
   L'ensemble solutions de l'équation est $\{-1\ ;\ 3\}$.

6. $x(-x^2-x+2)=0$
   $x=0$ ou $-x^2-x+2=0$
   On résout la seconde équation :
   $\Delta=(-1)^2-4\times(-1)\times 2=9$
   $\Delta>0$ donc l'équation $-x^2-x+2=0$ a deux solutions réelles :
   $x_1=\dfrac{-(-1)-3}{2\times(-1)}=1$,
   $x_2=\dfrac{-(-1)+3}{2\times(-1)}=-2$.
   L'ensemble solutions de l'équation $x(-x^2-x+2)=0$ est $\{-2\ ;\ 0\ ;\ 1\}$.

☞**Exercice 2** ✧✧

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $-3x^2+x+5=0$
   $\Delta=61$, $\Delta>0$ donc l'équation a deux solutions réelles :
   $x_1=\dfrac{-1-\sqrt{61}}{-6}=\dfrac{1+\sqrt{61}}{6}$
   $x_2=\dfrac{-1+\sqrt{61}}{-6}=\dfrac{1-\sqrt{61}}{6}$.
   L'ensemble solutions de l'équation est $\left\{\dfrac{1-\sqrt{61}}{6}\ ;\ \dfrac{1+\sqrt{61}}{6}\right\}$.

2. $(16x^2-25)(x^2+3x-4)=0$
   $16x^2-25=0$ ou $x^2+3x-4=0$
   On résout chacune des équations :
   $16x^2-25=0 \iff (4x-5)(4x+5)=0 \iff x=\dfrac{5}{4}$ ou $x=\dfrac{-5}{4}$.
   $x^2+3x-4=0 \iff (x-1)(x+4)=0$ (1 est racine évidente et le produit des racines est $\dfrac{-4}{1}$, donc -4 est aussi racine).
   L'ensemble solutions de l'équation est $\left\{-4\ ;\ -\dfrac{5}{4}\ ;\ 1\ ;\ \dfrac{5}{4}\right\}$.

3. $\dfrac{x^2}{5}=\dfrac{2x}{3}+1 \iff 3x^2=10x+15 \iff 3x^2-10x-15=0$
   $\Delta=180$, $\Delta>0$ donc l'équation a deux solutions réelles :
   $\sqrt{\Delta}=\sqrt{3^2\times 2^2\times 5}=3\times 2\times\sqrt{5}=\sqrt{5}$.
   $x_1=\dfrac{10-6\sqrt{5}}{6}=\dfrac{5-3\sqrt{5}}{3}=\dfrac{5}{3}-\sqrt{5}$
   $x_1=\dfrac{10+6\sqrt{5}}{6}=\dfrac{5}{3}+\sqrt{5}$.
   L'ensemble solutions de l'équation est $\left\{\dfrac{5}{3}-\sqrt{5}\ ;\ \dfrac{5}{3}+\sqrt{5}\right\}$.

4. $\dfrac{x}{x+1}=x \iff \dfrac{x}{x+1}=\dfrac{x(x+1)}{x+1} \iff x=x(x+1)\ x\neq -1 \iff x^2-x+1=0\ x\neq -1$.
   $\Delta=-3$
   $\Delta<0$ donc l'équation n'a pas de solution réelle.

5. $\dfrac{x}{x^2-1}-1=0 \iff \dfrac{x}{x^2-1}-\dfrac{x^2-1}{x^2-1}=0 \iff x-x^2+1=0$ et $x\neq -1$ et $x\neq 1$.
   Pour tout réel x, $x^2-1=0 \iff x=-1$ ou $x=1$, le dénominateur de l'équation ne peut pas être nul.
   On résout $x^2-x-1=0$,
   $\Delta=5$
   $x_1=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$,
   $x_2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.
   L'ensemble solutions de l'équation est $\left\{\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\ ;\ \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$.

6. $3x+4-\dfrac{1}{x}=0 \iff \dfrac{3x^2+4x-1}{x}=0 \iff 3x^2+4x-1=0$ et $x\neq 0$.
   On résout $3x^2+4x-1=0$:
   $\Delta=16+12=28$, $\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times 7}=2\sqrt{7}$
   $x_1=\dfrac{-4-2\sqrt{7}}{6}=-\dfrac{2+\sqrt{7}}{3}$,
   $x_2=\dfrac{-4+2\sqrt{7}}{6}=-\dfrac{2-\sqrt{7}}{3}$.
   L'ensemble solutions de l'équation est $\left\{-\dfrac{2+\sqrt{7}}{3}\ ;\ -\dfrac{2-\sqrt{7}}{3}\right\}$.

☞**Exercice 3** ✧

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $x^2-3x+4>0$
   $\Delta=-7$, $\Delta<0$ donc l'équation $x^2-3x+4=0$ n'a pas de solution, le polynôme x^2-3x+4 est du signe du coefficient de x^2 soit du signe de 1, il est positif.
   L'ensemble solutions de l'inéquation $x^2-3x+4>0$ est $\mathbb{R}$.

2. $-5x^2-3x+2\geqslant 0$
   $\Delta=49$, $\sqrt{\Delta}=7$.
   Le polynôme $-5x^2-3x+2$ a deux racines $x_1=\dfrac{3-7}{10}=-\dfrac{2}{5}=-0,4$ et $x_2=\dfrac{3+7}{10}=1$, on pouvait trouver ces racines par le recherche de la racine évidente 1, le produit des racines étant $=-\dfrac{2}{5}$.
   Le coefficient de x^2 est -5, il est négatif, la parabole associée au polynôme est tournée vers le bas.

x	$-\infty$		-0.4		1		$+\infty$
$-5x^2-3x+2$		-	0	+	0	-	

   L'ensemble solutions de l'inéquation $-5x^2-3x+2\geqslant 0$ est $\left[-\dfrac{2}{5}\,;\,1\right]$.

3. $25x^2\geqslant 49 \Longleftrightarrow 25x^2-49\geqslant 0 \Longleftrightarrow (5x-7)(5x+7)\geqslant 0$.
   Le polynôme $25x^2-49$ a deux racines $-\dfrac{7}{5}=-1,4$ et $\dfrac{7}{5}=1,4$.
   Le coefficient de x^2 est 25, il est positif, la parabole associée au polynôme est tournée vers le haut.

x	$-\infty$		-1.4		1.4		$+\infty$
$25x^2-49$		+	0	-	0	+	

   L'ensemble solutions de l'inéquation $25x^2\geqslant 49$ est $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{7}{5}\right]\cup\left[\dfrac{7}{5}\,;\,+\infty\right[$.

4. $(2x+1)(-x+1)\leqslant 0$
   Le polynôme $(2x+1)(-x+1)$ a deux racines $-\dfrac{1}{2}=-0,5$ et 1.
   Le coefficient de x^2 est -2 (un développement permet de le trouver), il est négatif, la parabole associée au polynôme est tournée vers le bas. Deux tableaux de signes sont possibles :

x	$-\infty$		-0.5		1		$+\infty$
$(2x+1)(-x+1)$		-	0	+	0	-	

$$-x+1>0 \Longleftrightarrow x<1 \text{ et } 2x+1>0 \Longleftrightarrow x>\frac{-1}{2}.$$

x	$-\infty$		-0.5		1		$+\infty$
$2x+1$		-	0	+	3	+	
$-x+1$		+	1.5	+	0	-	
$(2x+1)(-x+1)$		-	0	+	0	-	

L'ensemble solutions de l'inéquation $(2x+1)(-x+1) \leqslant 0$ est $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right] \cup [1\,;\,+\infty[$.

☞Exercice 4 ✧✧

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $x(x^2-4) > 0 \iff x(x-2)(x+2) > 0$
   Le polynôme $x(x-2)(x+2)$ a trois racines -2, 0 et 2.
   Deux tableaux sont possibles :

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
x		-	-2	-	0	+	2	+	
x^2-4		+	0	-	-4	-	0	+	
$x(x^2-4)$		-	0	+	0	-	0	+	

$x-2>0 \iff x>2$ et $x+2>0 \iff x>-2$.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
x		-	-2	-	0	+	2	+	
$x-2$		-	-4	-	-2	-	0	+	
$x+2$		-	0	+	2	+	4	+	
$x(x-2)(x+2)$		-	0	+	0	-	0	+	

   L'ensemble solutions de l'inéquation $x(x^2-4) > 0$ est $]-2\,;\,0[\cup]2\,;\,+\infty[$.

2. $x^2+x<0 \iff x(x+1)<0$
   Le polynôme x^2+x a deux racines -1 et 0.
   Le coefficient de x^2 est 1, il est positif, la parabole associée au polynôme est tournée vers le haut.
   Deux tableaux de signes sont possibles :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
x^2-x		+	0	-	0	+	

$x+1>0 \iff x>-1$.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
x		-	-1	-	0	+	
$x+1$		-	0	+	1	+	
$x(x+1)$		+	0	-	0	+	

   L'ensemble solutions de l'inéquation $x^2+x<0$ est $]-1\,;\,0[$.

3. $\dfrac{x+1}{x} \geqslant \dfrac{x}{4} \iff \dfrac{4x+4}{4x} \geqslant \dfrac{x^2}{4x} \iff \dfrac{x^2-4x-4}{4x} \geqslant 0$
   x^2-4x-4 a deux racines $\dfrac{4-6}{4} = -\dfrac{1}{2} = -0,5$ et $\dfrac{4+6}{4} = \dfrac{5}{2} = 2,5$.
   On obtient le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-0.5		0		2.5		$+\infty$
$4x$		-	-2	-	0	+	10	+	
x^2-4x-4		+	0	-	-4	-	0	+	
$\dfrac{x^2-4x-4}{4x}$		-	0	+	||	-	0	+	

   L'ensemble solutions de l'inéquation $\dfrac{x+1}{x} \geqslant \dfrac{x}{4}$ est $\left[-\dfrac{1}{2}\,;\,0\right[\cup \left[\dfrac{5}{2}\,;\,+\infty\right[$.

☞**Exercice 5** ✧

1. $f_1(x) = -2(x+5)^2+7$
   f_1 est donnée sous la forme canonique, on a les variations directement : $-2<0$, la parabole est tournée vers le bas, l'axe de symétrie a pour équation $x=-5$, le maximum est 7 :

x	$-\infty$		-5		$+\infty$
f_1		$\nearrow$	7	$\searrow$	

2. $f_2 = (x-1)(x+4)$
   -4 et 1 sont racines (solutions de l'équation $f_2(x)=0$), par un début de développement, $a_2=1$ et $a_2>0$, la parabole est tournée vers le haut.
   L'axe de symétrie a pour équation $x = \dfrac{-4+1}{2} = -\dfrac{3}{2} = -1,5$, le minimum est $f\left(-\dfrac{3}{2}\right) = -\dfrac{25}{4} = -6,25$.

x	$-\infty$		-1.5		$+\infty$
f_1		$\searrow$	-6.25	$\nearrow$	

3. $f_3 = (2x-1)(1-3x)$
   $\dfrac{1}{2}$ et $\dfrac{1}{3}$ sont racines (solutions de l'équation $f_3(x)=0$), par un début de développement, $a_3=-6$ et $a_3<0$, la parabole est tournée vers le bas.
   L'axe de symétrie a pour équation $x = \dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{2} = \dfrac{\frac{5}{6}}{2} = \dfrac{5}{12}$, le maximum est $f\left(\dfrac{5}{12}\right) = \dfrac{1}{24}$.

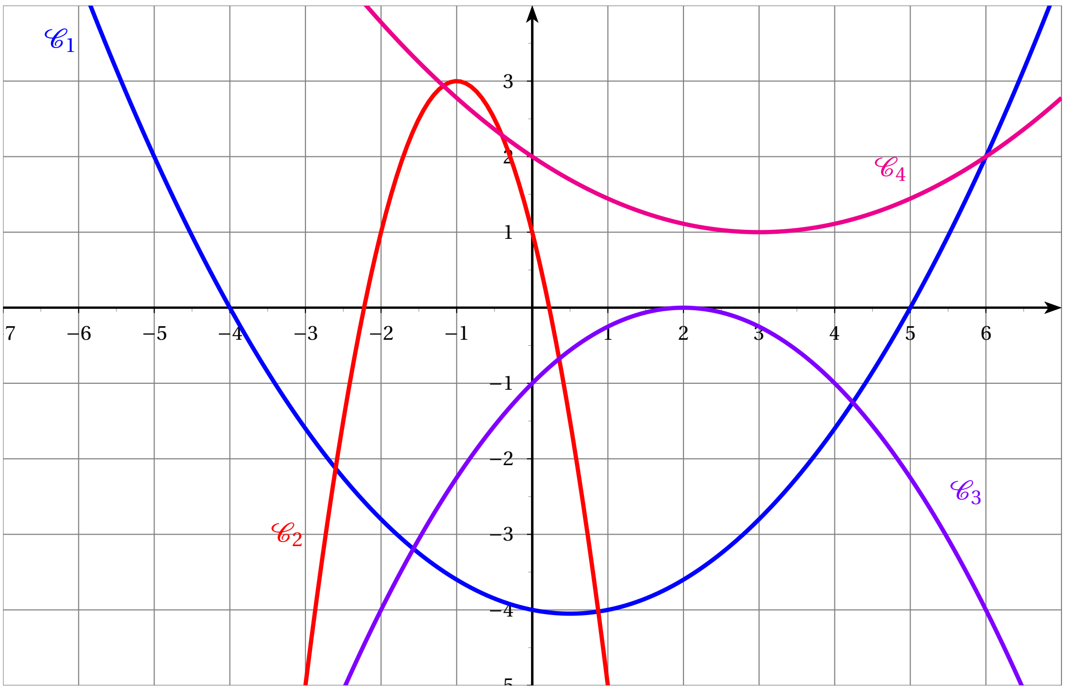
x	$-\infty$		$\dfrac{5}{12}$		$+\infty$
f_1		$\nearrow$	$\dfrac{1}{24}$	$\searrow$	

4. $f_4 = 4x^2 - 2x - 5$
L'axe de symétrie a pour équation $x = \dfrac{-(-2)}{2\times 4} = \dfrac{1}{4} = 0,25$, la parabole est tournée vers le haut car $a_4 = 4$ et $a_4 > 0$, le minimum est $f\left(\dfrac{1}{4}\right) = -\dfrac{21}{4} = -5,25$.

x	$-\infty$	$\dfrac{1}{4}$	$+\infty$
f_1	↘	$-\dfrac{21}{4}$	↗

☞**Exercice 6** ✧

Les paraboles $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$ du repère orthogonal ci-dessous représentent respectivement les fonctions f_1, f_2, f_3, f_4.



1. La parabole $\mathscr{C}_1$ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses -4 et 5 qui sont les deux racines du polynôme (solutions de l'équation $f_1(x) = 0$). On a donc $\Delta_1 > 0$.
La parabole $\mathscr{C}_2$ coupe l'axe des abscisses en deux points (la lecture n'est pas précise). On a donc $\Delta_2 > 0$.
La parabole $\mathscr{C}_3$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 2 qui est la racines du polynôme (solutions de l'équation $f_3(x) = 0$). On a donc $\Delta_3 = 0$.
La parabole $\mathscr{C}_4$ ne coupe pas l'axe des abscisses le polynôme n'a pas de racine réelle. On a donc $\Delta_4 < 0$.

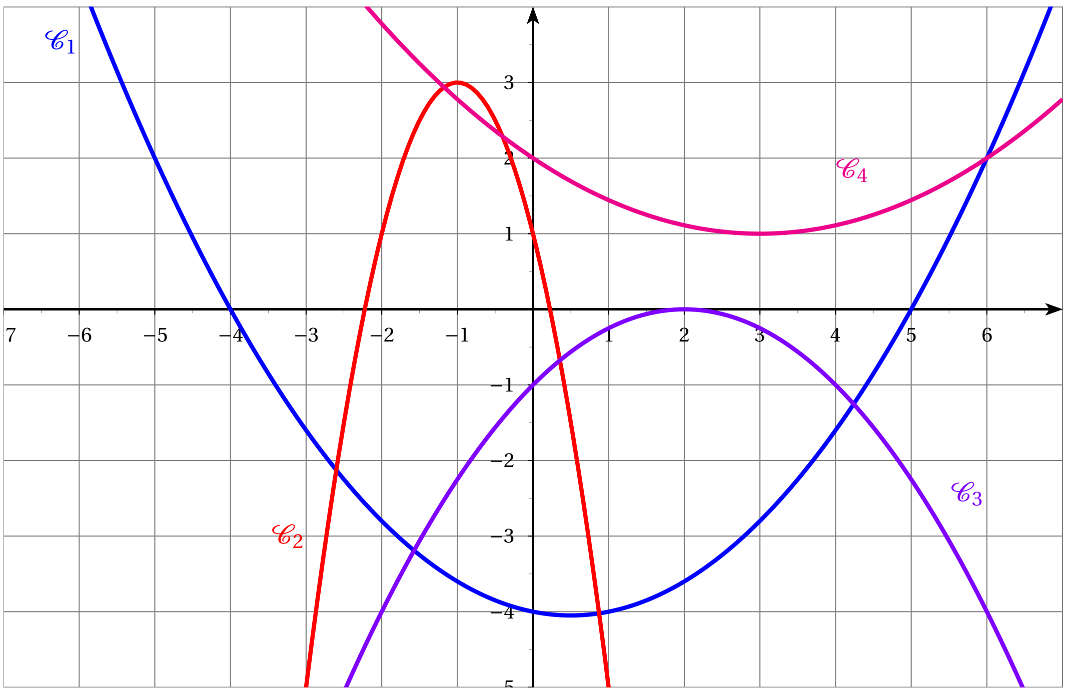
2. La parabole $\mathscr{C}_1$ est orientée vers le haut, $a_1 > 0$.
La parabole $\mathscr{C}_2$ est orientée vers le bas, $a_2 < 0$.
La parabole $\mathscr{C}_3$ est orientée vers le bas, $a_3 < 0$.
La parabole $\mathscr{C}_4$ est orientée vers le haut, $a_4 > 0$.
Plus la parabole est large plus la valeur absolue du coefficient a est proche de 0. Il semble que $|a_4| < |a_1| < |a_3| < |a_2|$.

3. • Pour la parabole $\mathscr{C}_1$ on utilise la forme $a_1(x+4)(x-5)$, -4 et 5 étant racines.
Elle passe par le point de coordonnées $(-5\ ;\ 2)$, ainsi $f_1(-5) = 2$ soit $a_1(-5+4)(-5-5) = 2$ soit $10a_1 = 2$, $a_1 = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5} = 0,2$.
$f_1(x) = 0,2(x+4)(x-5) = 0,2(x^2 - x - 20) = 0,2x^2 - 0,2x - 4$.
$\Delta_1 = 0,2^2 + 3,2 = 3,24$, $\Delta_1 > 0$.

- Pour la parabole $\mathscr{C}_2$ on utilise la forme canonique $a_2(x-1)^2+3$, le maximum étant 3 atteint en 1 (l'axe de symétrie a pour équation $x=1$).
  Elle passe par le point de coordonnées $(0\,;\,1)$, ainsi $f_2(0)=1$ soit $a_2(0-1)^2+3=1$ soit $a_2+3=1$, $a_2=-2$.
  $f_2(x)=-2(x-1)^2+3=-2(x^2-2x+1)+3=-2x^2+4x+1$.
  $\Delta_2=16+8=24$, $\Delta_2>0$.
- Pour la parabole $\mathscr{C}_3$ on utilise la forme $a_3(x-2)^2$, 2 étant la seule racine.
  Elle passe par le point de coordonnées $(0\,;\,-1)$, ainsi $f_3(0)=-1$ soit $a_3(0-2)^2=-1$ soit $4a_3=-1$, $a_3=\dfrac{-1}{4}=-0,25$.
  $f_3(x)=-0,25(x-2)^2=-0,25(x^2-4x+4)=-0,25x^2+x-1$.
  $\Delta_3=1-1=0$.
- Pour la parabole $\mathscr{C}_4$ on utilise la forme $a_4(x-1)^2+1$, le minimum est 1 atteint en 3, l'axe de symétrie a pour équation $x=3$.
  Elle passe par le point de coordonnées $(0\,;\,2)$, ainsi $f_4(0)=2$ soit $a_4(0-3)^2+1=2$ soit $9a_4+1=2$, $a_3=\dfrac{1}{9}$.
  $f_4(x)=\dfrac{(x-3)^2}{9}+1=\dfrac{1}{9}(x-3)^2+1=\dfrac{1}{9}(x^2-6x+9)+1=\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{2x}{3}+2$.
  $\Delta_4=\dfrac{4}{9}-\dfrac{8}{9}=-\dfrac{4}{9}$, $\Delta_4<0$.
- $|a_1|=|0,2|=0,2=\dfrac{1}{5}=\dfrac{36}{180}$.
  $|a_2|=|-2|=2$.
  $|a_3|=|-0,25|=0,25=\dfrac{1}{4}=\dfrac{45}{180}$.
  $|a_4|=\left|\dfrac{1}{9}\right|=\dfrac{1}{9}=\dfrac{20}{180}$.
  On a bien $|a_4|<|a_1|<|a_3|<|a_2|$.

☞Exercice 7 ✧

Les paraboles $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$ du repère orthogonal ci-dessous représentent respectivement les fonctions f_1, f_2, f_3, f_4.



- signe de la fonction f_1 :

x	$-\infty$		-4		5		$+\infty$
f_1		+	0	-	0	+	

- signe de la fonction f_2 :

x	$-\infty$		-2.2		0.2		$+\infty$
f_2		-	0	+	0	-	

- signe de la fonction f_3 :

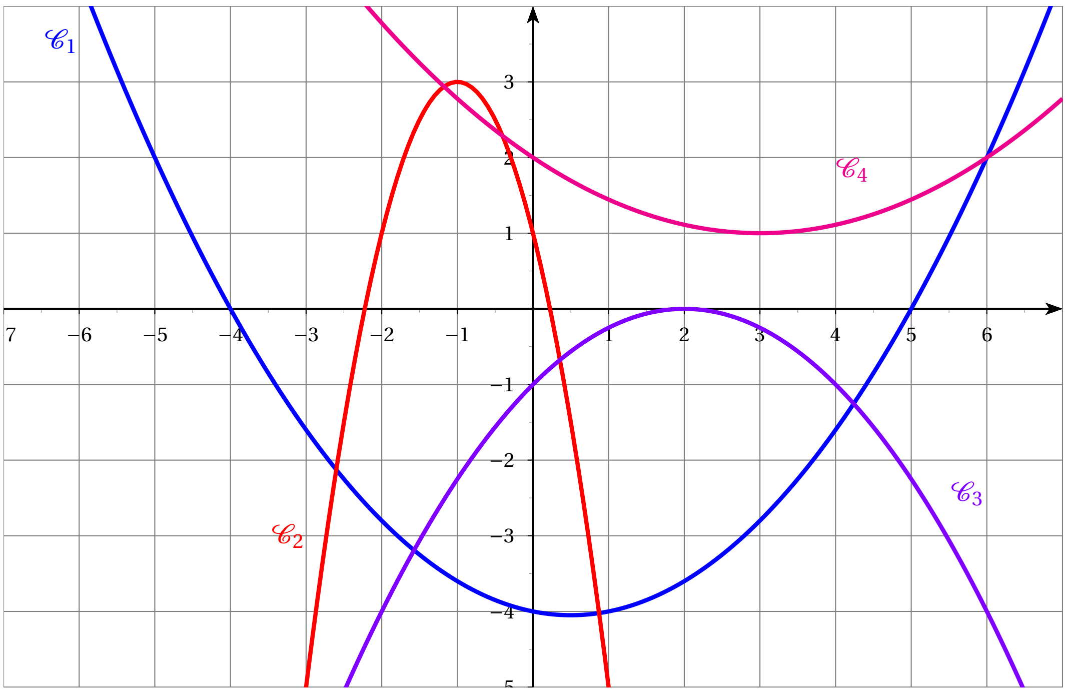
x	$-\infty$		2		$+\infty$
f_3		-	0	-	

- signe de la fonction f_4 :

x	$-\infty$		$+\infty$
f_4		+	

☞**Exercice 8** ✧

Les paraboles $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_2$, $\mathscr{C}_3$ du repère orthogonal ci-dessous représentent respectivement les fonctions f_1, f_2, f_3, f_4.



- Tableau de variations de la fonction f_1 :

x	$-\infty$	0.5	$+\infty$
f_1	↘	-4.05	↗

- Tableau de variations de la fonction f_2 :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f_2	$\nearrow$	3	$\searrow$

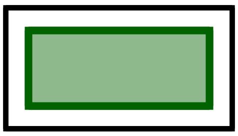
- Tableau de variations de la fonction f_3 :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f_3	$\nearrow$	0	$\searrow$

- Tableau de variations de la fonction f_4 :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f_4	$\searrow$	1	$\nearrow$

☞**Exercice 9** ✧



- L'aire du jardin est $(30-2x)(16-2x)$.
- L'aire de l'allée est $30 \times 16-(30-2x)(16-2x)$.
- Les aires sont égales si et seulement si $30 \times 16-(30-2x)(16-2x) = (30-2x)(16-2x)$ soit
  $30 \times 16 = 2(30-2x)(16-2x)$ soit
  $30 \times 16 = 8(15-x)(8-x)$ soit
  $30 \times 2 = (15-x)(8-x)$ soit
  $60 = x^2-23x+120$ soit
  $x^2-23x+60 = 0$.
  3 est racine évidente de cette équation, le produit des racines permet de trouver l'autre racine 20.
- La largeur de l'allée ne pouvant dépasser 16 m, l'allée du jardin fera 3 m.

☞**Exercice 10** ✧✧

V_1 la vitesse du premier cycliste et V_2 la vitesse du second cycliste.
Les distances sont exprimées en km, les durées en heure et les vitesses sont exprimées en km.h^{-1}.
$V_1 = V2+6$ et $V_1 = \dfrac{42}{t_1}$ et $V_2 = \dfrac{42}{t_2}$ et $t_2 = t_1 + \dfrac{21}{60}$
On note t le temps t_1 du premier cycliste C_1.
$\dfrac{42}{t} = \dfrac{42}{t+\dfrac{21}{60}} + 6$
$\dfrac{7}{t} = \dfrac{7}{t+\dfrac{7}{20}} + 1$
$\dfrac{7}{t} = \dfrac{140}{20t+7} + 1$
$7(20t+7) = 140t + t(20t+7)$
$140t+49 = 140t+20t^2+7t$
$20t^2+7t-49 = 0$
$\Delta = 49+4\times 20\times 49 = 49\times(1+80) = 49\times 81.$ $\sqrt{\Delta} = \sqrt{49\times 81} = 7\times 9 = 63.$
Les deux racines sont $\dfrac{-7-63}{40} < 0$ et $\dfrac{-7+63}{40} = \dfrac{56}{40} = 1,4.$
Le temps de parcours du premier cycliste est $t = 1,4$ h soit 1h24min.
Le temps de parcours du second cycliste est 1h45min ou $1,75$ h.
$V_1 = \dfrac{42}{1,4} = \dfrac{420}{14} = \dfrac{60}{2} = 30$
$V_2 = \dfrac{42}{1,75} = \dfrac{42}{\frac{7}{4}} = 42\times\dfrac{4}{7} = 6\times 4 = 24.$
Le premier cycliste roule à 30 km.h^{-1} et le second roule à 24 km.h^{-1}.