



## I. Introduction

Dès 1928, Lothar Collatz s'intéressait aux itérations dans les nombres entiers. Il inventa une suite et un problème non résolu encore aujourd'hui ; il présentait souvent cette suite dans ses séminaires. En 1952, lors d'une visite à Hambourg, Collatz expliqua son problème à Helmut Hasse. Ce dernier le diffusa en Amérique à l'université de Syracuse : la suite de Collatz prit alors le nom de suite de Syracuse.

Cette conjecture mobilisa tant les mathématiciens durant les années 1960, en pleine guerre froide, qu'une plaisanterie courut selon laquelle ce problème faisait partie d'un complot soviétique visant à ralentir la recherche américaine.

*D'après Wikipédia*

## II. La suite de Syracuse

### ↳ Définition

Soit la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par un premier terme  $u_0 = N$  où  $N$  est un entier naturel strictement positif :

$$u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

## III. Conjecture

### ↳ Propriété

Cette propriété est une conjecture, elle n'a encore jamais été démontrée, elle est supposée vraie car aucun contre-exemple n'a été trouvé.

Pour tout entier naturel  $N$  non nul, il existe un indice  $n_0$  tel que  $u_{n_0} = 1$ .

## IV. Définitions propre à la suite de Syracuse

### ↳ Définition

- **Le temps de vol** : c'est le plus petit indice  $n$  tel que  $u_n = 1$ .  
*Exemple* : Il est de 17 pour  $N = 15$  et de 46 pour  $N = 127$ .
- **Le temps de vol en altitude** : c'est le plus petit indice  $n$  tel que  $u_{n+1} < u_0$ .  
*Exemple* : Il est de 10 pour  $N = 15$  et de 23 pour  $N = 127$ .
- **L'altitude maximale** : c'est la valeur maximale de la suite.  
*Exemple* : Elle est de 160 pour  $N = 15$  et de 4372 pour  $N = 127$ .

## V. Travail à faire

### V. A. Calcul des termes de la suite de Syracuse

#### Exercice 1 ✧

Compétence(s)	satisfaisant	assez satisfaisant	insuffisant
Calculer : je sais effectuer des calculs à la main des termes d'une suite			

Pour  $N = 15$ , calculer à la main,  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  et  $u_4$ .

#### Exercice 2 ✧✧

Compétence(s)	satisfaisant	assez satisfaisant	insuffisant
Calculer : je sais compléter un programme de calcul en Python			

1. Sur Python, recopier et compléter le programme suivant qui permet de calculer les  $n$  premiers termes de la suite de Syracuse à l'aide d'une fonction.

```
1 #suite de Syracuse
2
3 def terme_syracuse (N,n) :           #fonction terme_syracuse dépend des paramètres N et n
4     u=...                            #initialisation du premier terme de la suite u
5     L=[u]                             #liste pour retenir les termes calculer, elle contient u
6     for i in range(1,n+1):           #boucle déterminée de 1 a n inclus
7         if u%2==...:                 #a%b donne le reste de la division de a par b
8             u=int(u/2)                #int(A) donne la partie entière de A (on est sûr que u/2 est un
            entier)
9         else :
10            u=...
11            L.append(u)                #ajoute l'élément u a la liste L
12    return L                           #retourne la liste L, fin de la fonction
13
14 N=15
15 print(terme_syracuse (N,4))          #affiche les termes de u_0 à u_4 pour N=15
```

syracuse.py

2. Vérifier les résultats de l'exercice 1

### V. B. Conjecture de la suite de Syracuse

#### Exercice 3 ✧✧

Compétence(s)	satisfaisant	assez satisfaisant	insuffisant
Calculer : je sais modifier un programme simple			

- Créer une fonction **ConjectureSyracuse** qui ne dépend que du paramètre  $N$ .
- Reprendre le programme Python de l'exercice 2 (copier le code et le coller dans la nouvelle fonction).
- Modifier la boucle Pour (for) par une boucle Tant que (while) pour établir la liste des termes jusqu'à obtenir le terme 1.
- La fonction **ConjectureSyracuse** doit renvoyer la liste L des termes de la suite de Syracuse, le dernier élément doit être égal à 1.

## V. C. Les indicateurs de la suite de Syracuse

### Exercice 4 ✧✧✧

Compétence(s)	satisfaisant	assez satisfaisant	insuffisant
Calculer : je sais modifier un programme complexe			

Modifier la fonction de l'exercice 3 et faire successivement les modifications suivantes, les tester au fur et à mesure.

1. Dans la fonction **ConjectureSyracuse** créer une variable **Altitude**.  
La fonction **ConjectureSyracuse** doit renvoyer **[L,Altitude]**.
2. Dans la fonction **ConjectureSyracuse** créer une variable **TempsDeVol**.  
La fonction **ConjectureSyracuse** doit renvoyer **[L,Altitude,TempsDeVol]**.
3. Dans la fonction **ConjectureSyracuse** créer une variable **TempsDeVolEnAltitude**.  
La fonction **ConjectureSyracuse** doit renvoyer **[L,Altitude,TempsDeVol,TempsDeVolEnAltitude]**.

