

Calcul mental en Terminale S

S.Mirbel

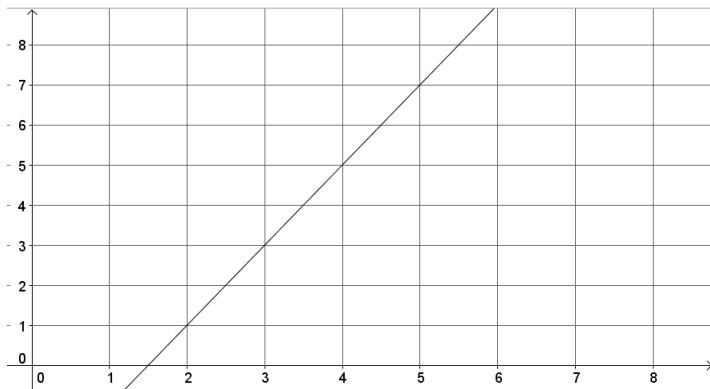
Vous disposez de 45 secondes pour répondre aux questions



question 1

Soit f une fonction affine dont on donne la représentation ci-dessous.

Déterminer la moyenne de f sur l'intervalle $[3 ; 5]$

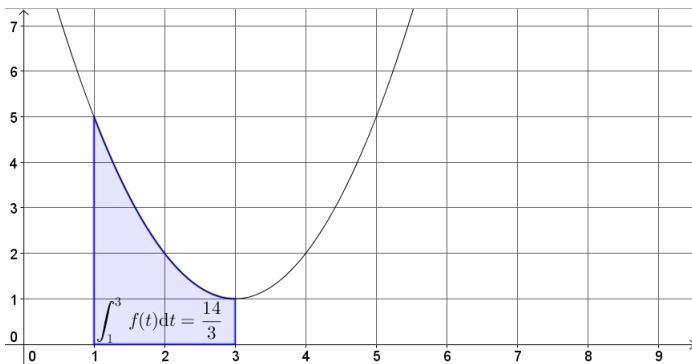


question 2

Soit f une fonction polynôme du second degré dont on donne la représentation ci-dessous.

L'axe d'équation $x = 3$ est l'axe de symétrie de la parabole.

Déterminer la moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 5]$.

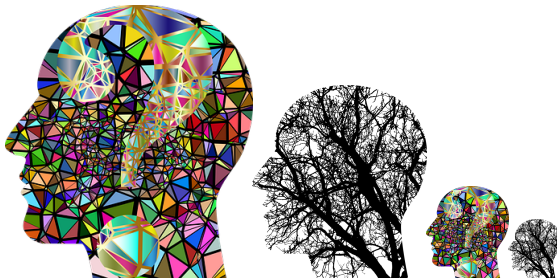


Déterminer une primitive de la fonction f définie pour tout réel x de $] -2 ; +\infty[$, par l'expression $f(x) = \frac{3}{\sqrt{0,5x+1}}$

Déterminer une primitive de la fonction f définie pour tout réel x de \mathbb{R} , par l'expression $f(x) = 3x(x^2 + 1)^2$

quelle est la partie imaginaire du nombre complexe $\frac{1}{z}$ où $z = 3 - 4i$

Correction



question 1

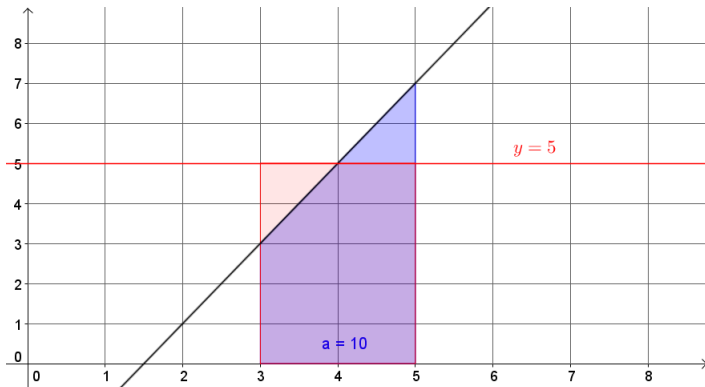
Déterminer la moyenne de f sur l'intervalle $[3 ; 5]$:

$$\frac{1}{5-3} \int_3^5 f(x) dx = \frac{1}{2} \times \frac{(3+7) \times 2}{2} = 5.$$

ou

$$f(x) = 2x - 3$$

$$\frac{1}{5-3} \int_3^5 2x - 3 dx = \frac{1}{2} \times [x^2 - 3x]_3^5 = \frac{1}{2} \times (25 - 15 - (9 - 9)) = 5.$$



question 2

Déterminer la moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; 5]$:

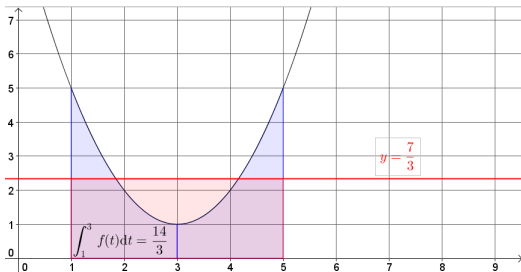
Par symétrie et la relation de Chasles :

$$\frac{1}{5-1} \int_1^5 f(x) dx = \frac{1}{4} \left(\int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx \right) = \frac{1}{4} \times 2 \times \int_1^3 f(x) dx =$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{14}{3} = \frac{7}{3}.$$

On peut aussi trouver $f(x) = (x-3)^2 + 1$ et une primitive de f :

$$F(x) = \frac{1}{3}(x-3)^3 + x \text{ et calculer } \frac{1}{4} \int_1^5 f(x) dx.$$



question 3

Déterminer une primitive de la fonction f définie pour tout réel x de $] -2 ; +\infty[$, par l'expression $f(x) = \frac{3}{\sqrt{0,5x+1}}$

$$F(x) = \frac{3 \times 2}{0,5} \sqrt{0,5x+1} + k = 12\sqrt{0,5x+1} + k ; k \in \mathbb{R}.$$

question 4

Déterminer une primitive de la fonction f définie pour tout réel x de \mathbb{R} , par l'expression $f(x) = 3x(x^2 + 1)^2$

$$F(x) = \frac{3}{3 \times 2} (x^2 + 1)^3 + k = \frac{1}{2} (x^2 + 1)^3 + k ; k \in \mathbb{R}.$$

quelle est la partie imaginaire du nombre complexe $\frac{1}{z}$ où $z = 3 - 4i$

$$\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}z} = \frac{3+4i}{9+16} = \frac{3}{25} + i\frac{4}{25}.$$
$$\mathcal{I}m\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{4}{25}.$$